

# Jak zważyć gwiazdę?





m (V)  
[mag]

10.5

11.0

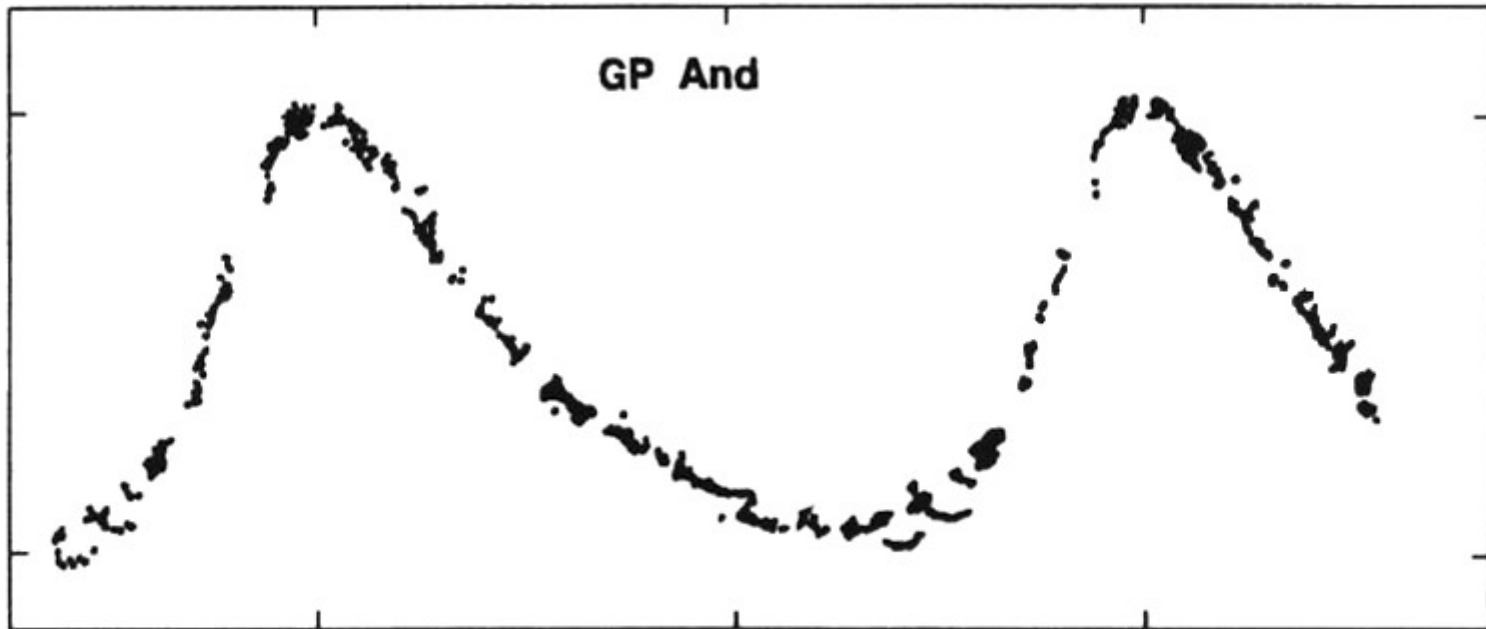
GP And

0.0

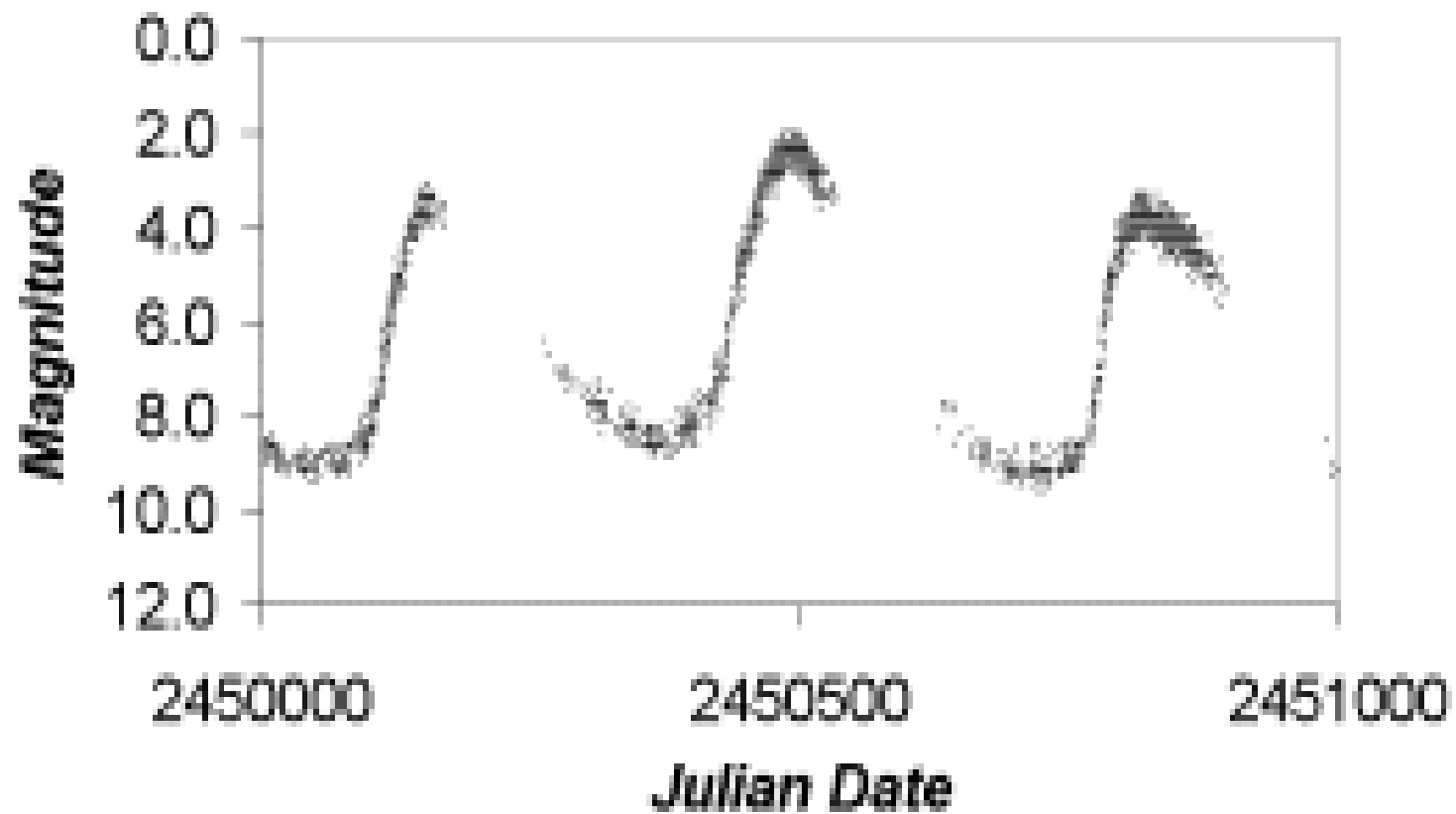
0.5

1.0

FÁZE

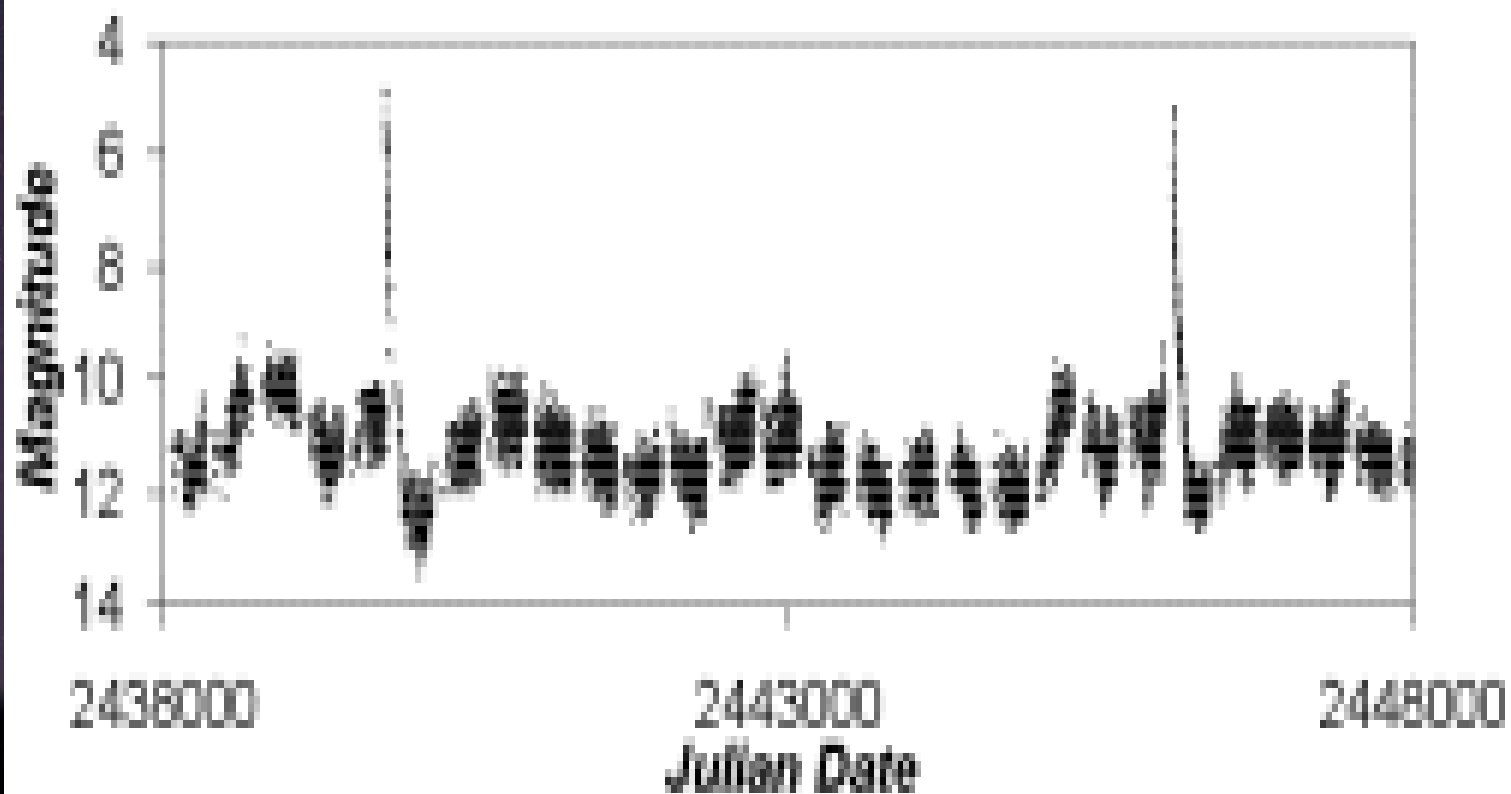


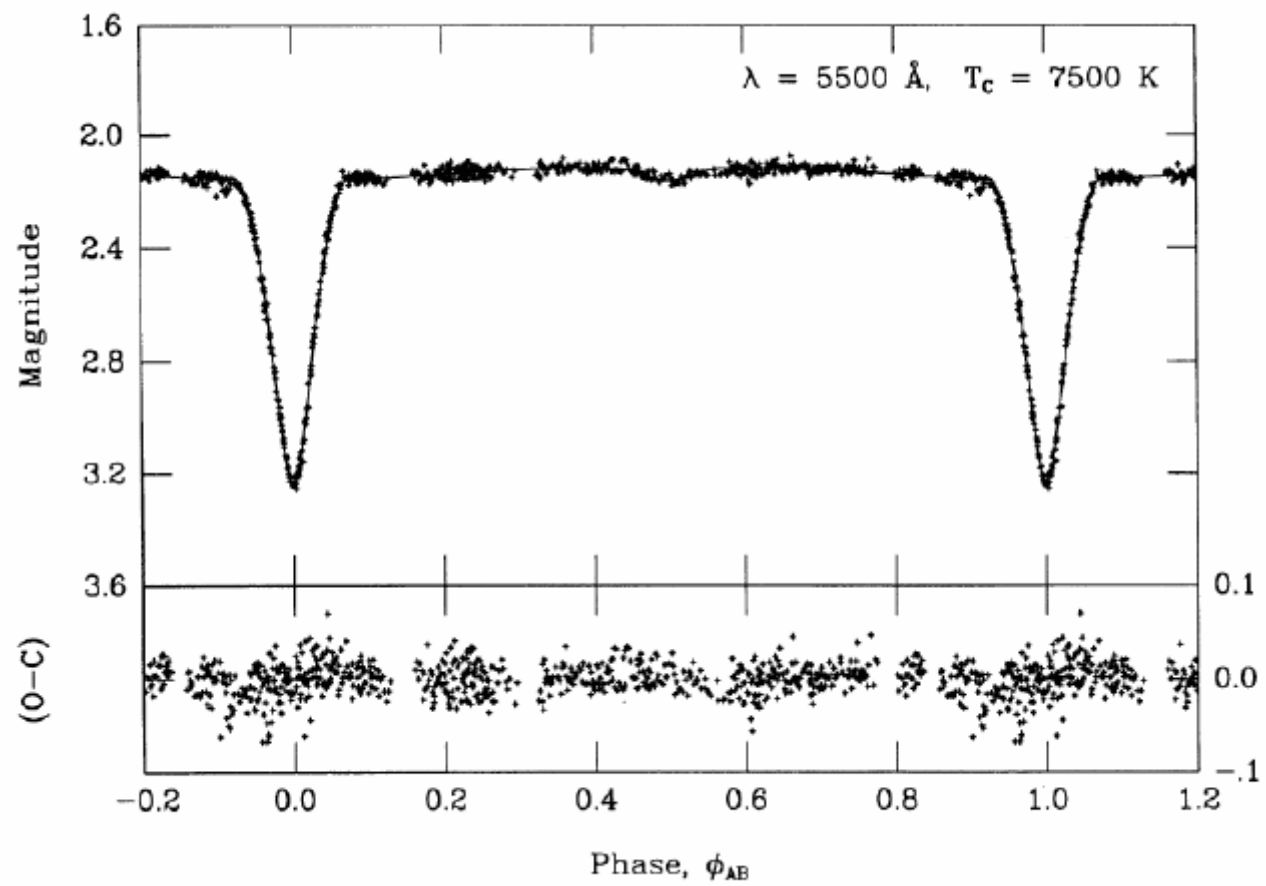
## LPV - omicron Cet (Mira)

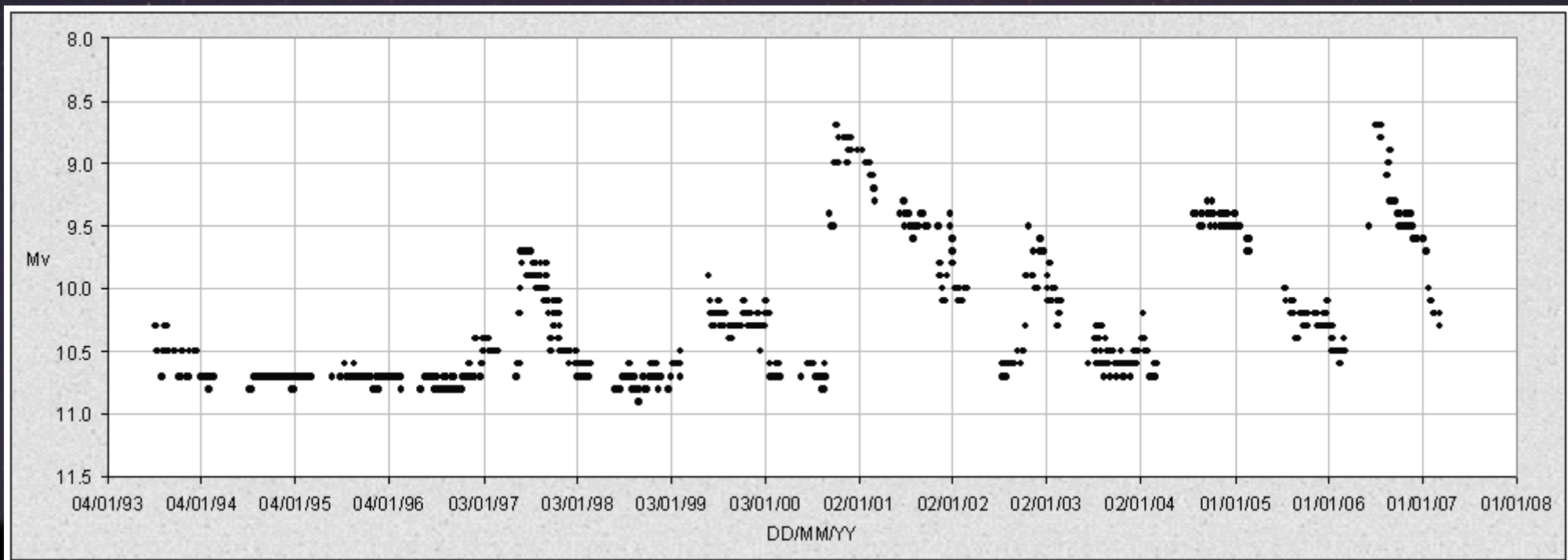




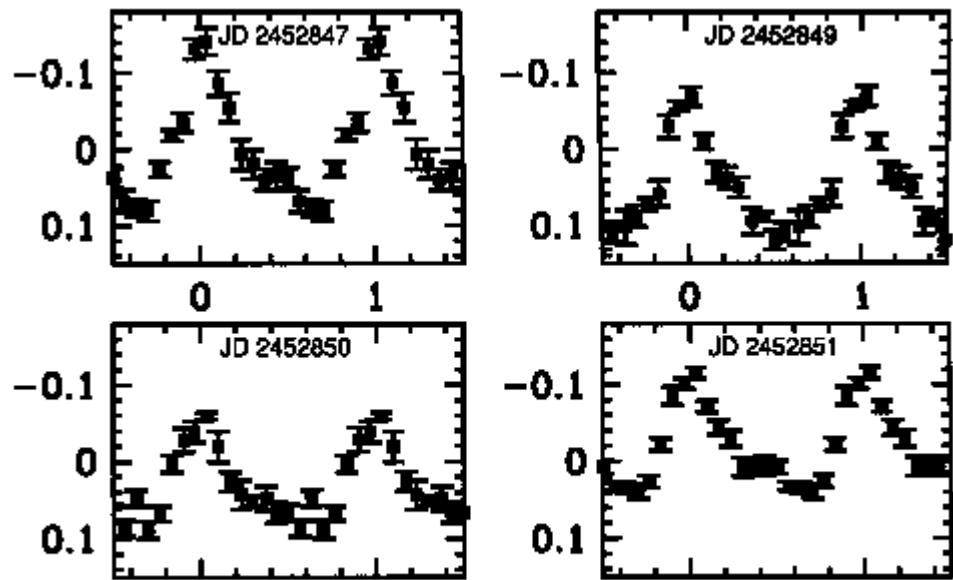
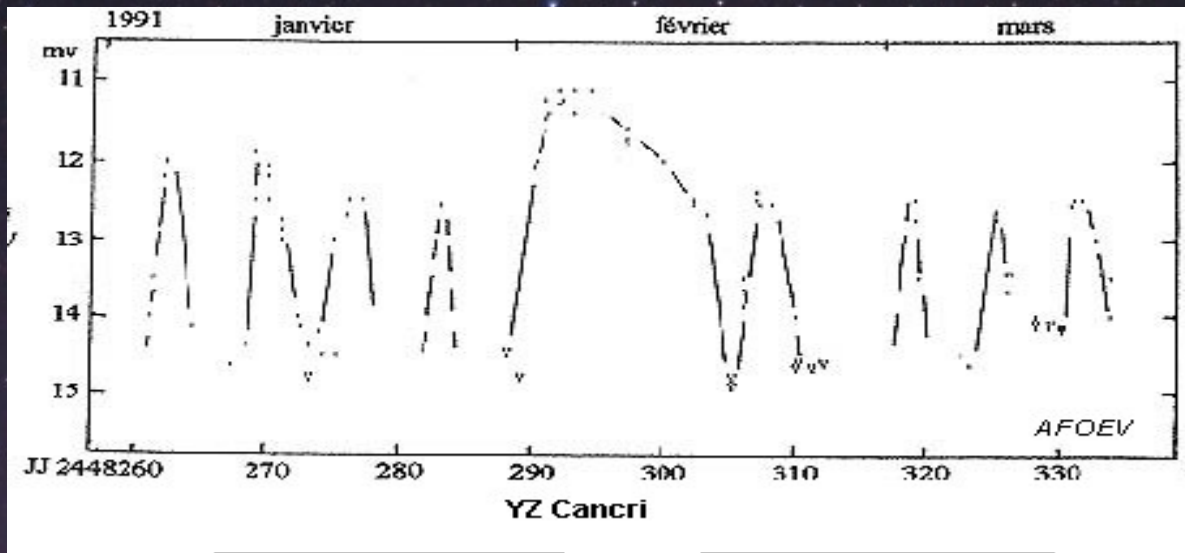
# Recurrent Nova - RS Oph











VW CrB - "superhumps"

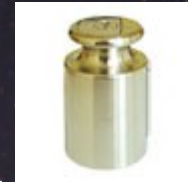
D. Nogami et al. - Publ. Astron. Soc. Japan - 56, S155S161, 2004



Skąd wziąć wystarczająco dużą wagę żeby zważyć gwiazdę?



Skąd wziąć wystarczająco dużą wagę żeby zważyć gwiazdę?



1. Bezpośrednie wyznaczanie masy w oparciu o prawa ruchu planet:

Prawa Keplera i w ogólności prawo powszechnego ciążenia Newtona -

(analiza zachowania krzywych zmian blasku gwiazd podwójnych, astrometria).

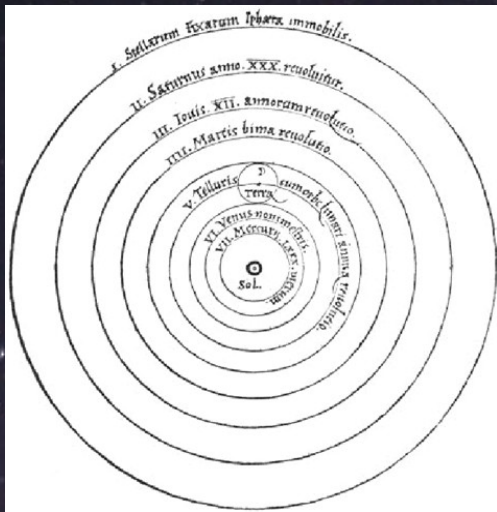


Skąd wziąć wystarczająco dużą wagę żeby zważyć gwiazdę?



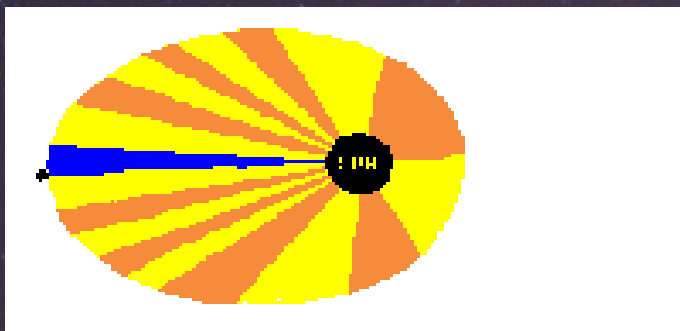
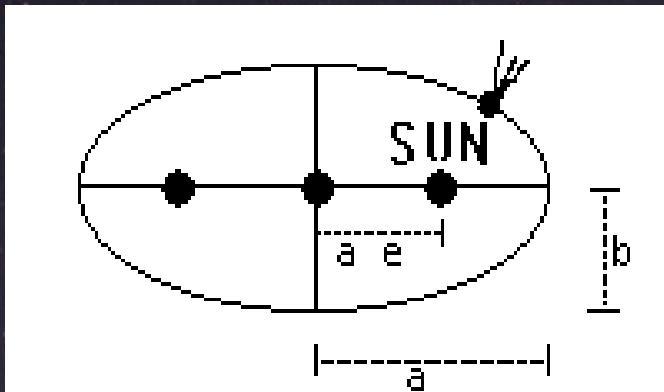
1. Bezpośrednie wyznaczanie masy w oparciu o prawa ruchu planet:  
Prawa Keplera i w ogólności prawo powszechnego ciążenia Newtona -  
(analiza zachowania krzywych zmian blasku gwiazd podwójnych, astrometria).
2. Pośrednie wyznaczanie masy w oparciu o zgromadzoną wiedzę astrofizyczną  
i modele budowy gwiazd.





Johannes. Kepler 1571-1630

# Trzy Prawa Keplera



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$$

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C$$

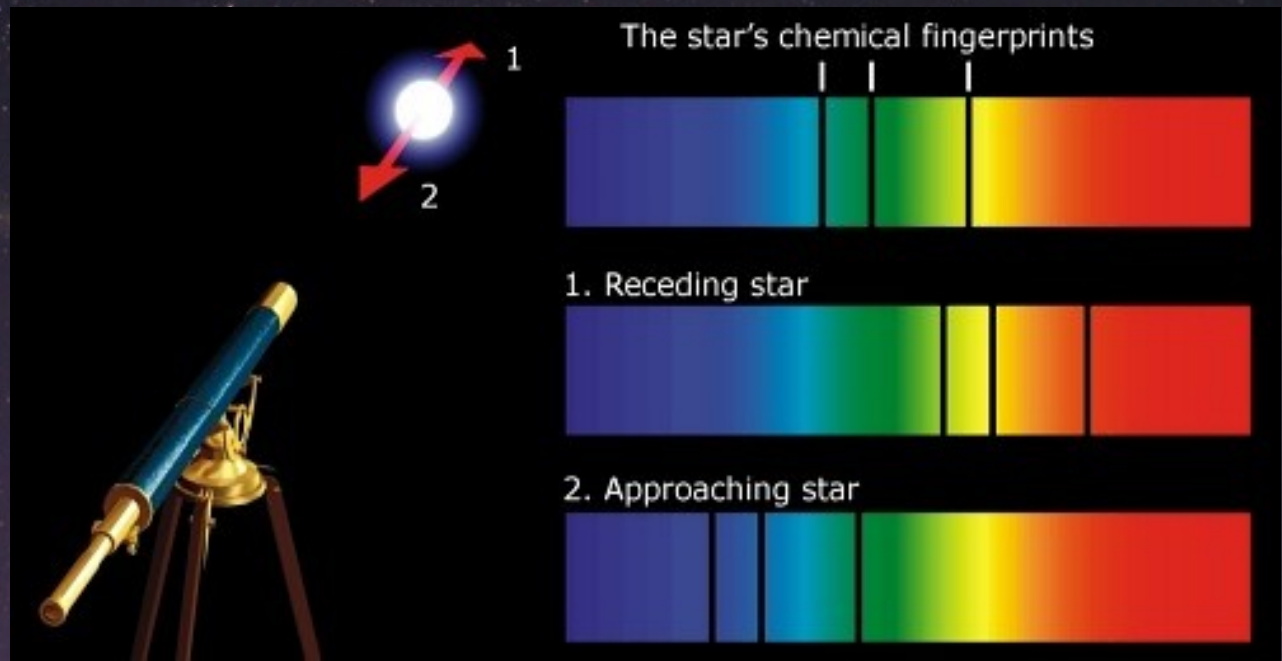
$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

I

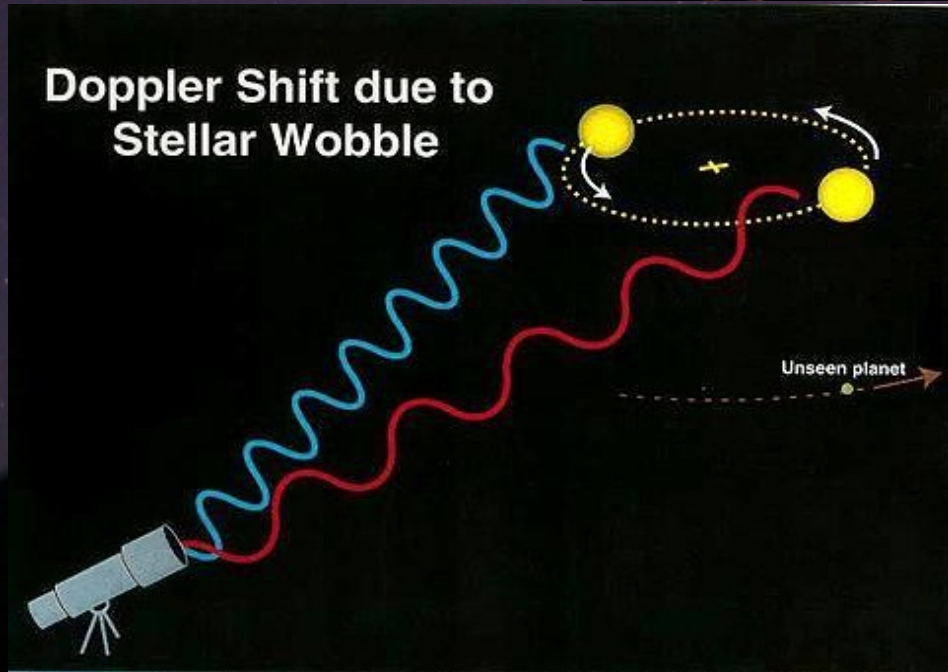
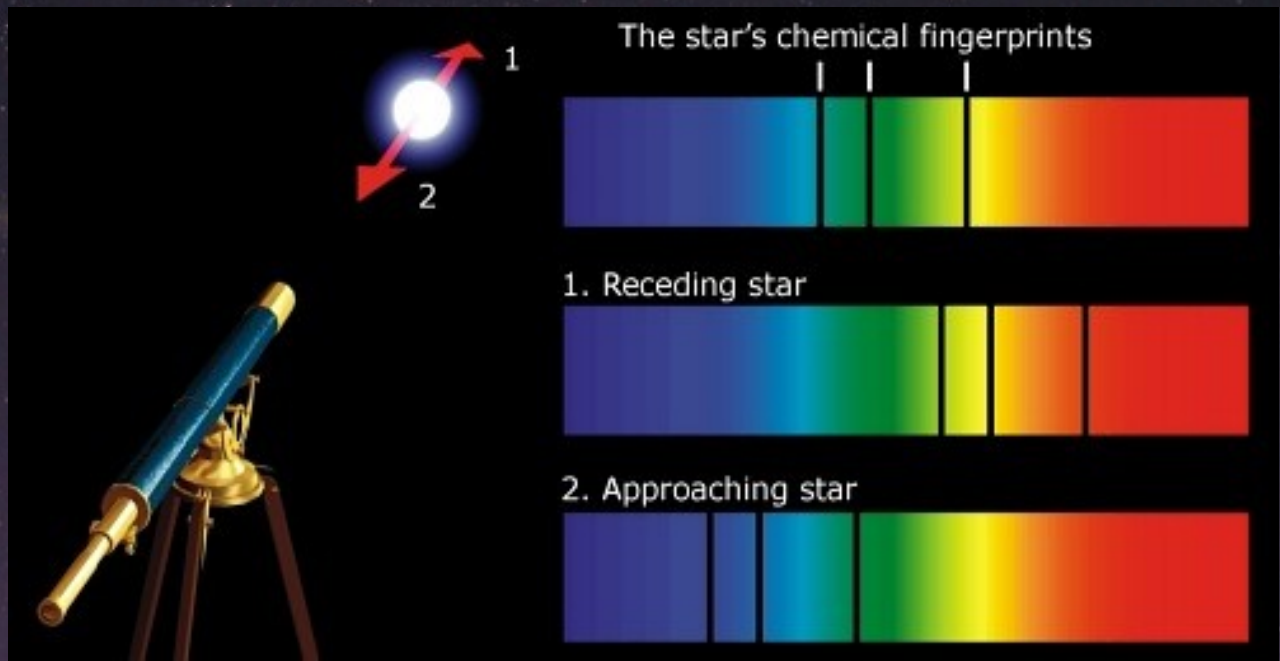
II

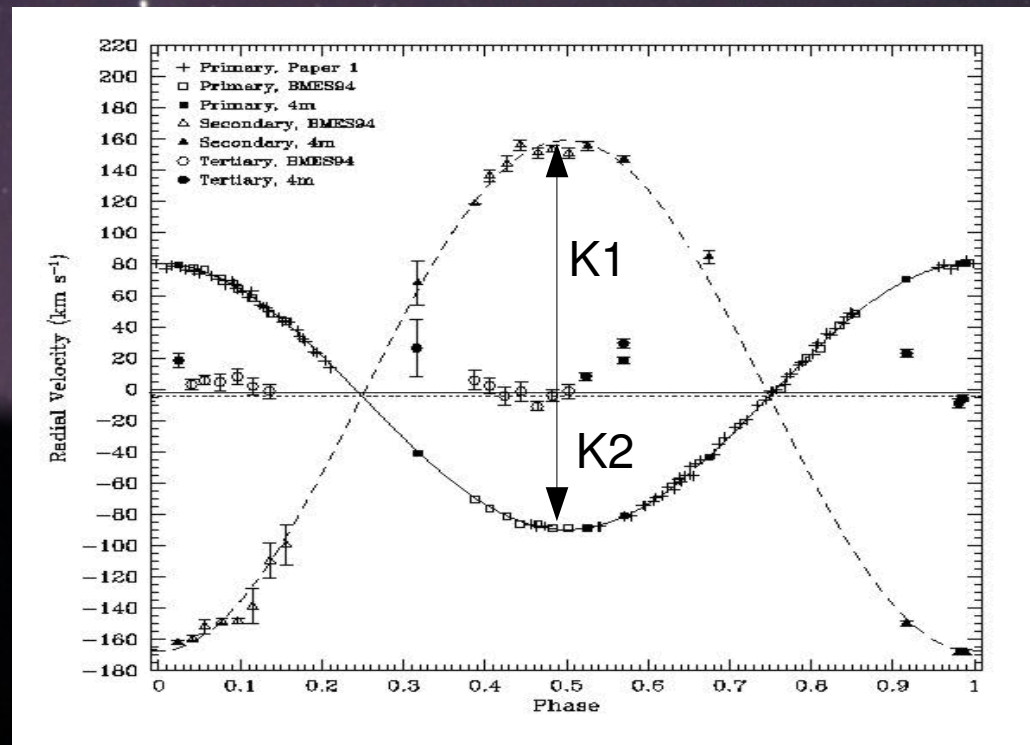
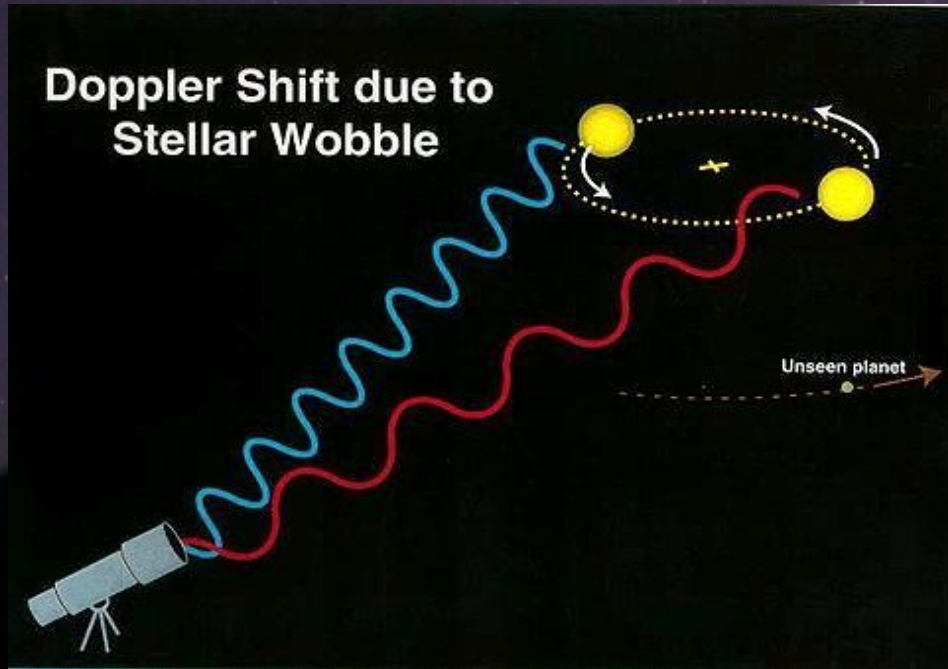
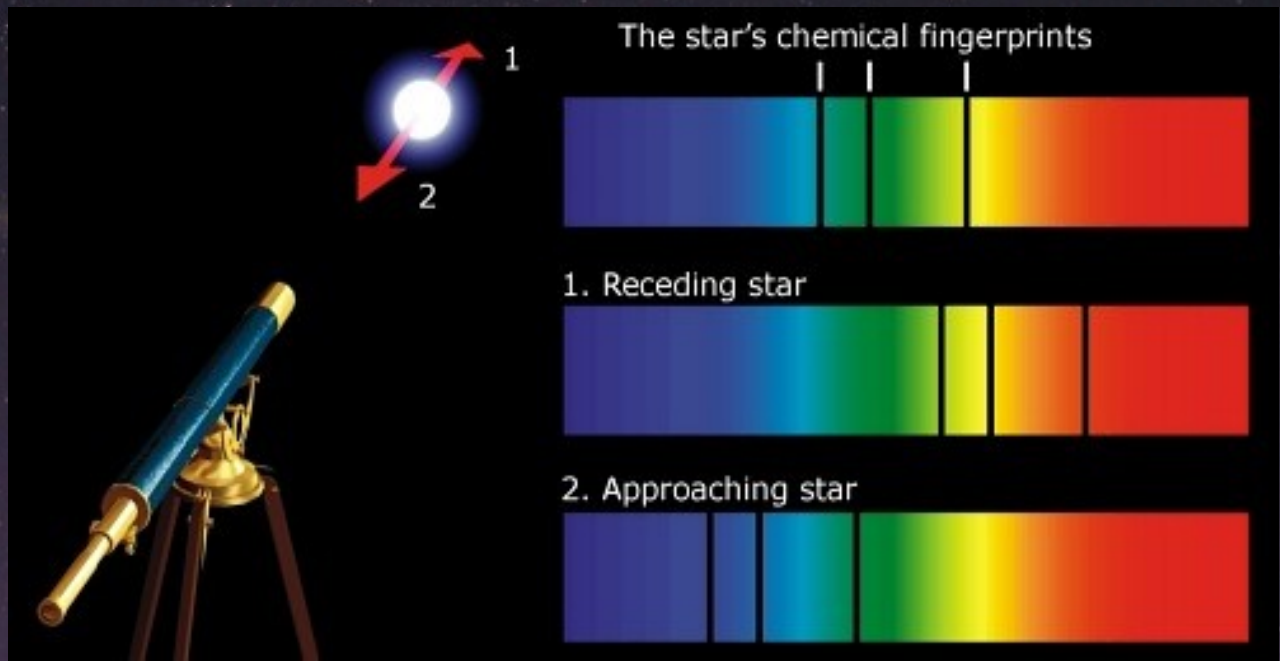
III



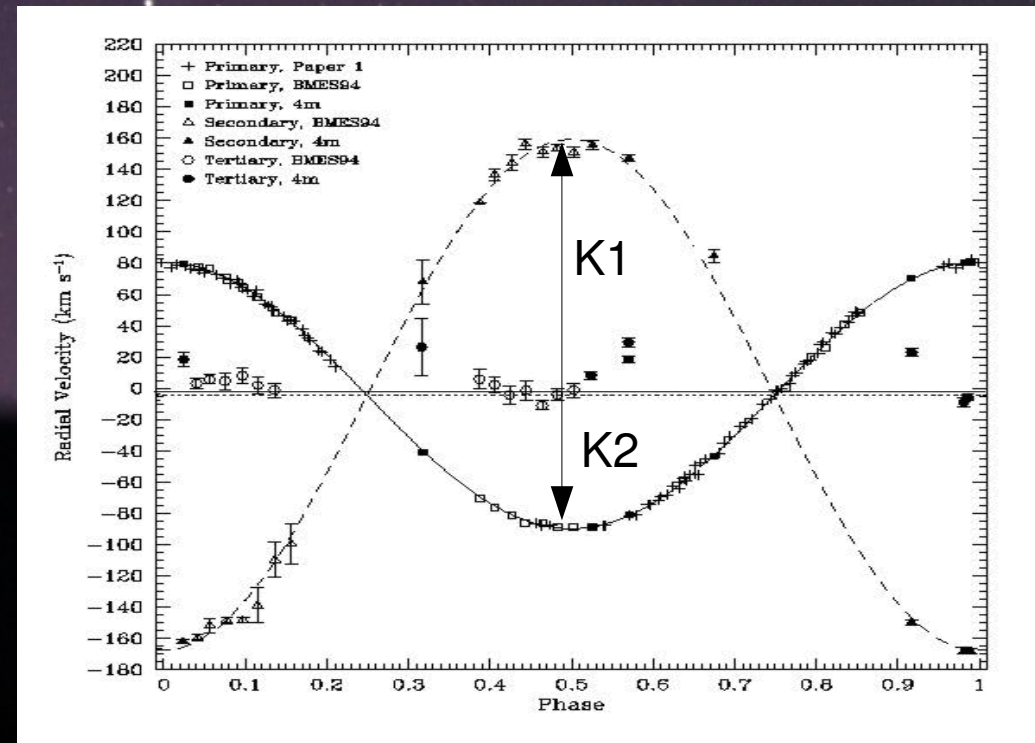
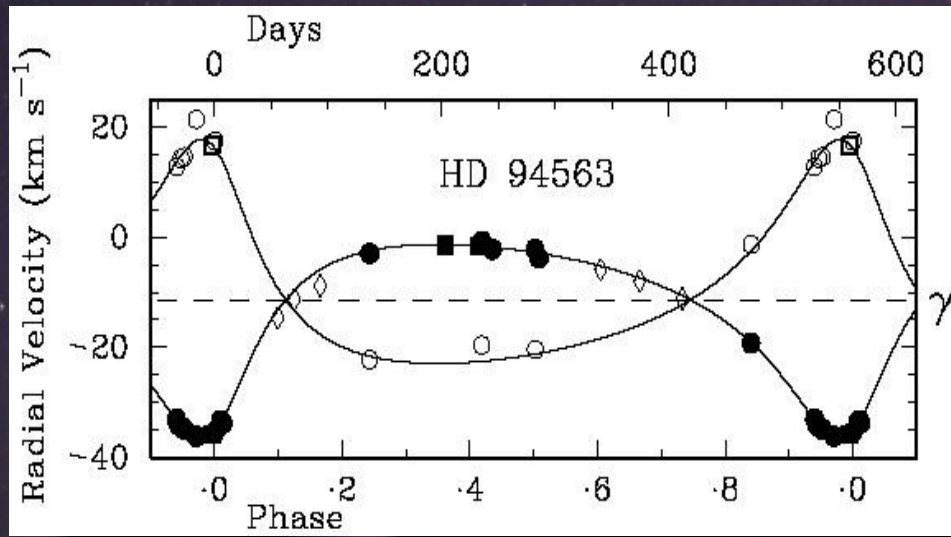
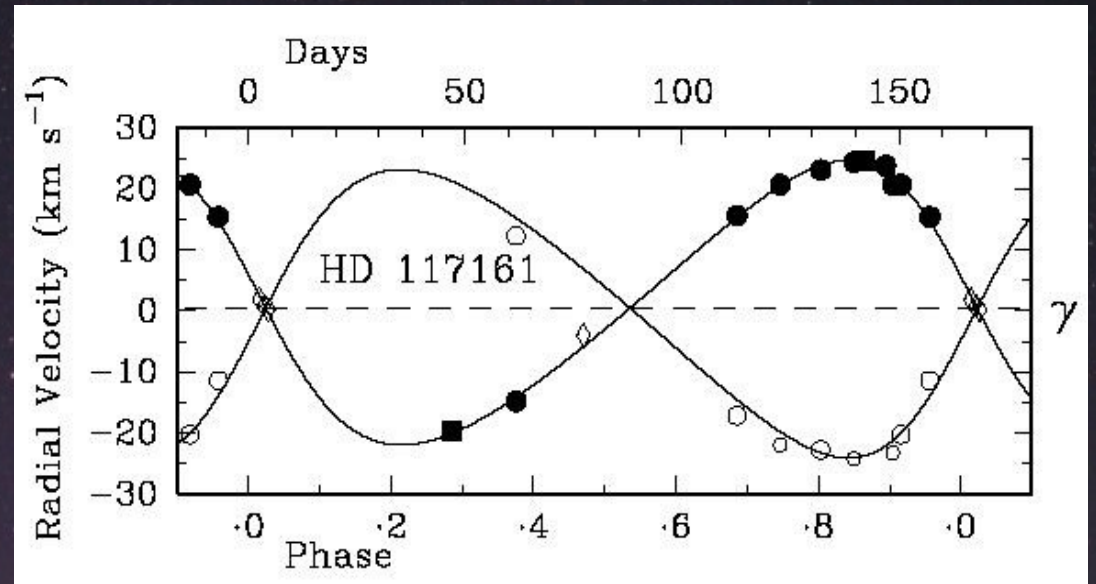












$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{M_2}{M_1} = q$$





$$K_1 = \frac{2\pi a_1}{P_{orb}} \sin i \quad K_2 = \frac{2\pi a_2}{P_{orb}} \sin i$$

$$a = a_1 \left( \frac{M_1 + M_2}{M_2} \right)$$

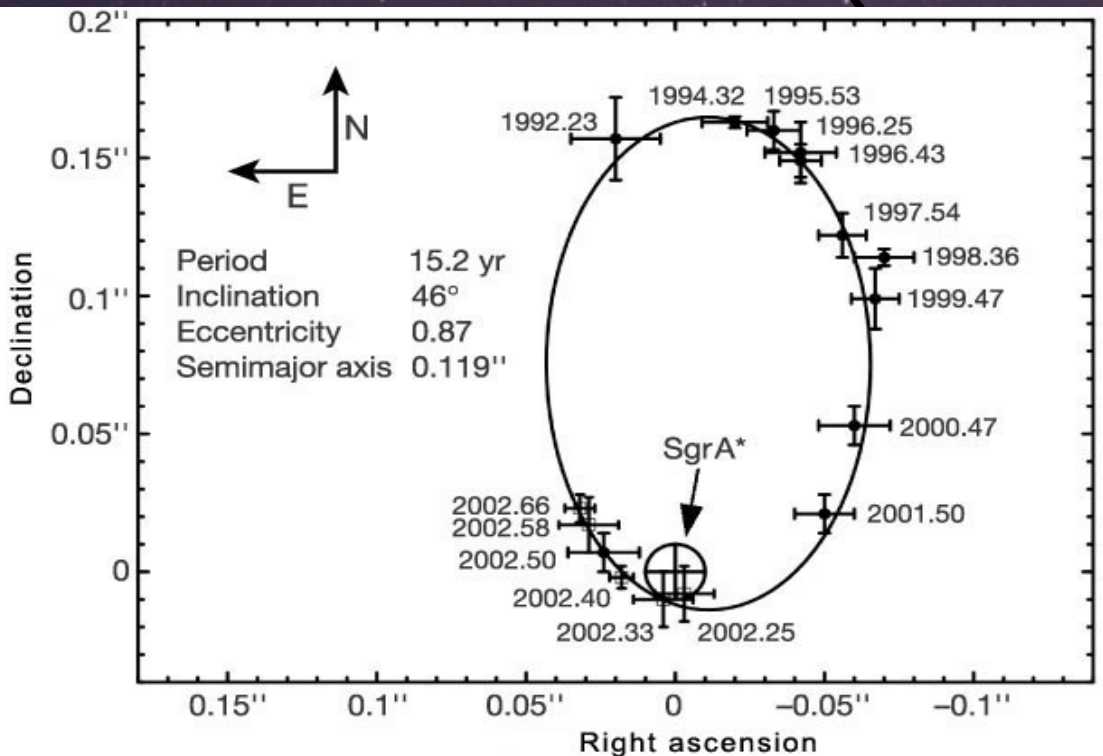
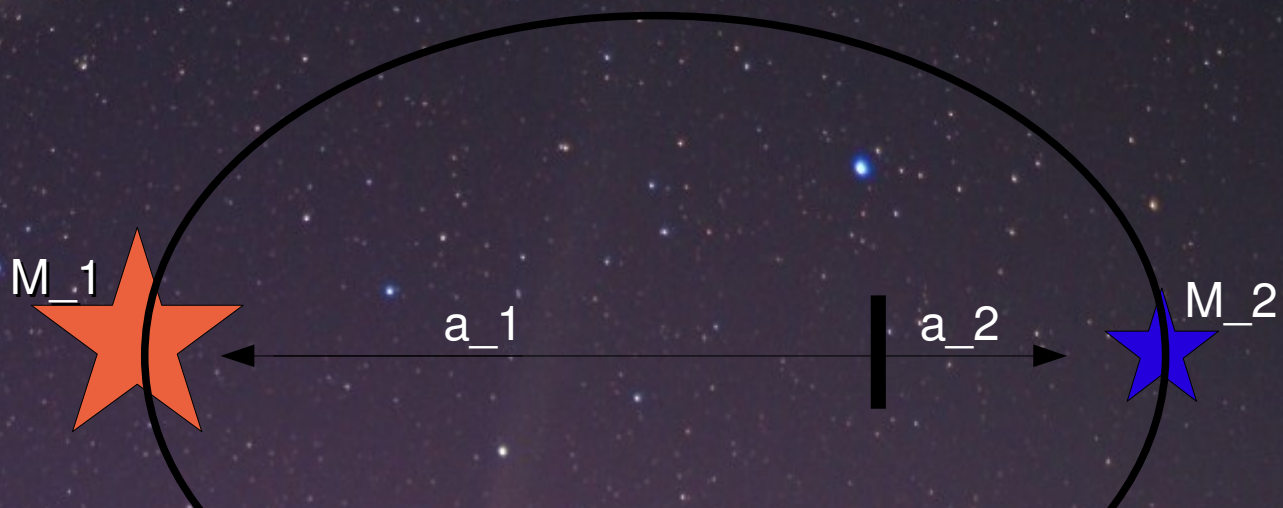
Uogólnione  
III Prawo Keplera

$$a^3 = \frac{G(M_1 + M_2)P_{orb}^2}{4\pi^2}$$

$$M_1 \sin^3 i = 1.038 * 10^{-7} (1 - e^2)^{3/2} (K_1 + K_2)^2 K_2 P$$

$$M_2 \sin^3 i = 1,038 * 10^{-7} (1 - e^2)^{3/2} (K_1 + K_2)^2 K_1 P$$

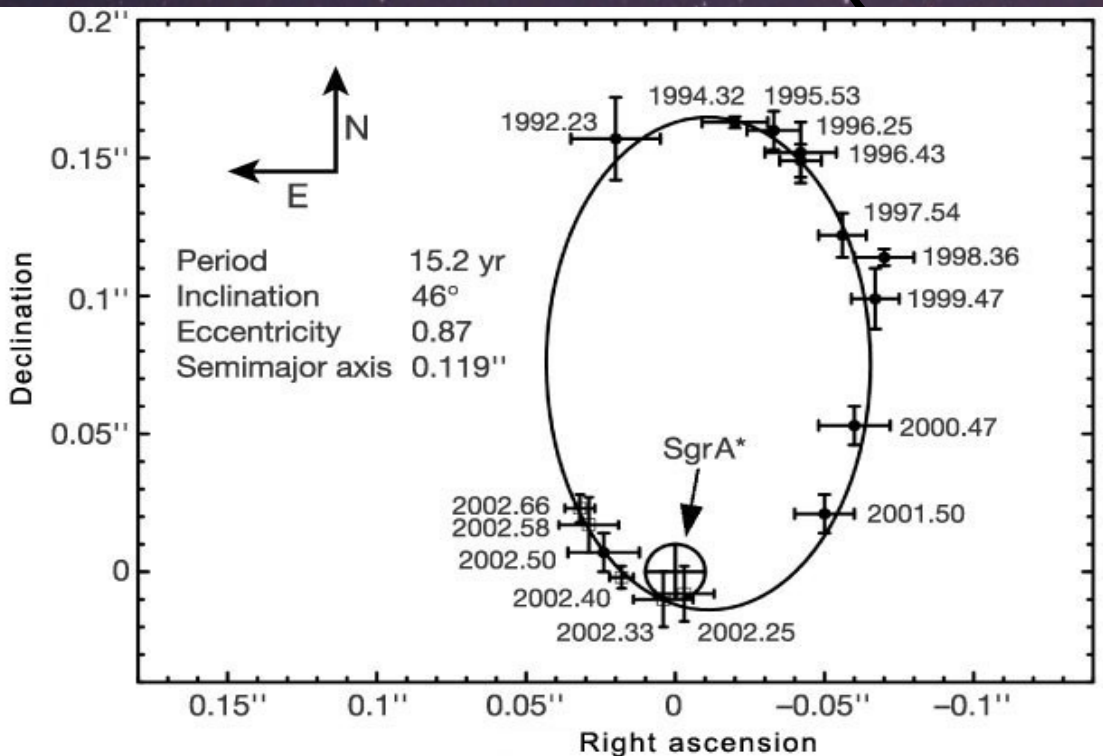
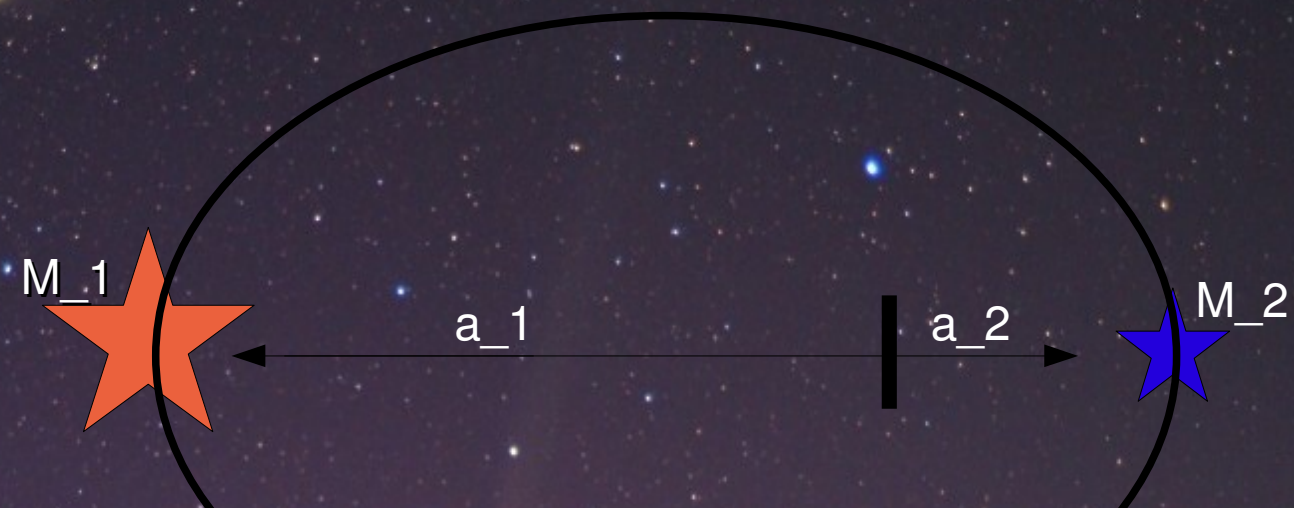
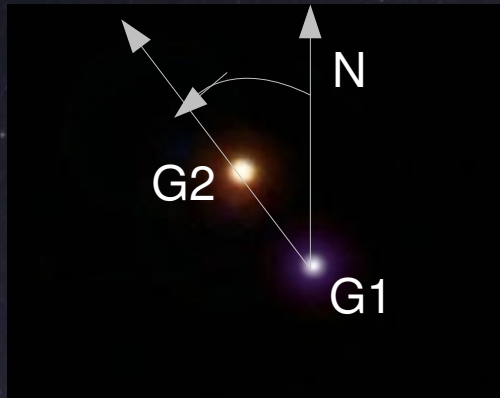
# Astrometria wizualnych układów podwójnych



$a[''], e, |i|, M_1+M_2, q, M_1, M_2;$



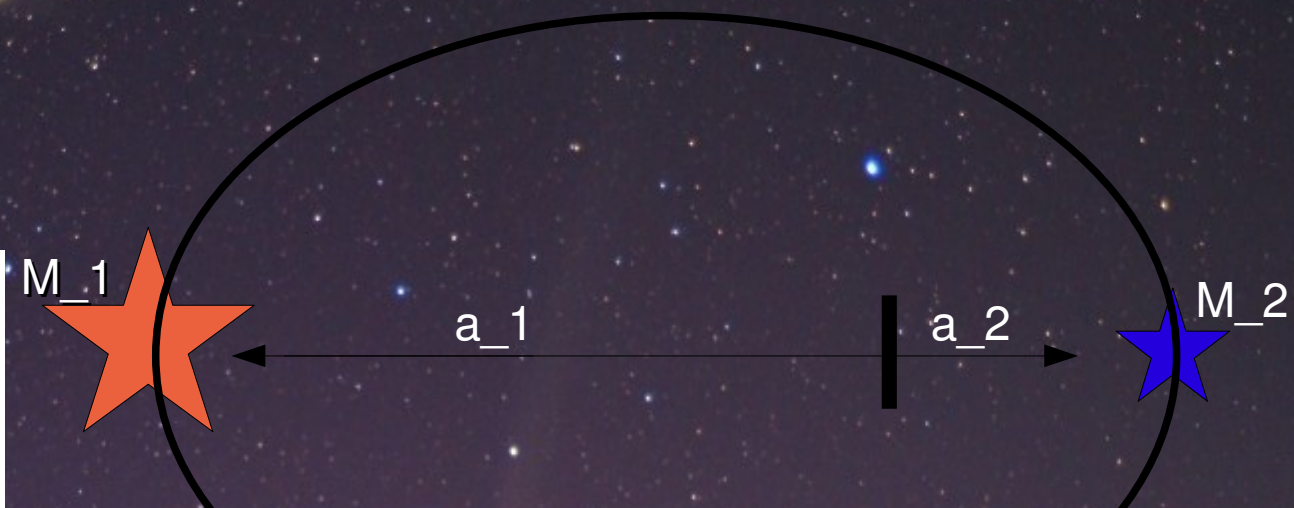
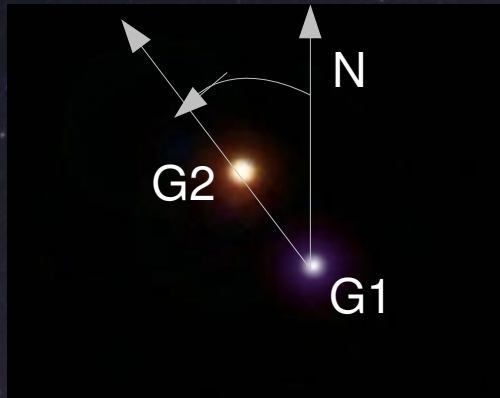
# Astrometria wizualnych układów podwójnych



$a["]$ ,  $e$ ,  $|i|$ ,  $M_1+M_2, q$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ;



# Astrometria wizualnych układów podwójnych

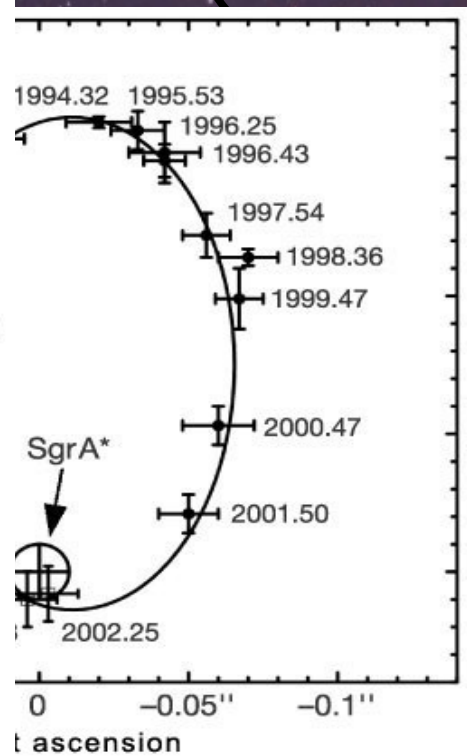


$$\frac{a^3}{P^2} = M_1 + M_2$$

$$a[j.a] = \frac{a'''}{\pi''}$$

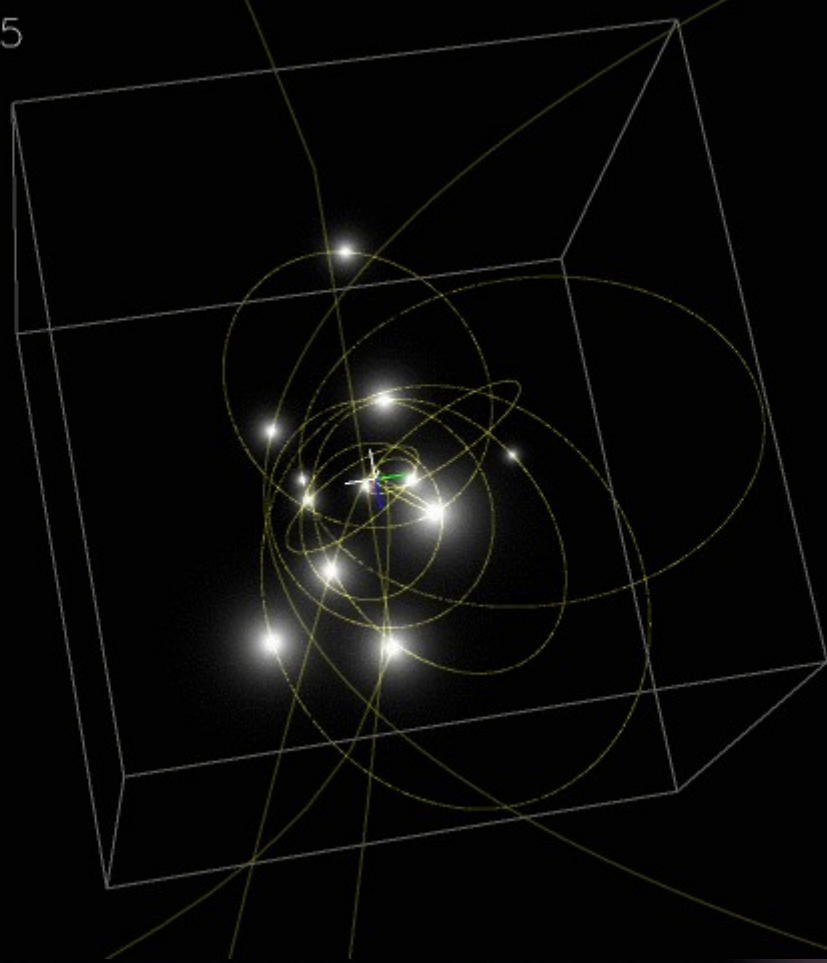
$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{a'''}{\pi''} \right)^3 = M_1 + M_2 \\ a''' = a_1''' + a_2''' \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a_1'''}{a_2'''} = \frac{M_2}{M_1} \end{array} \right.$$



$a'''$ ,  $e$ ,  $|i|$ ,  $M_1+M_2, q$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ;

Year: 1995.5





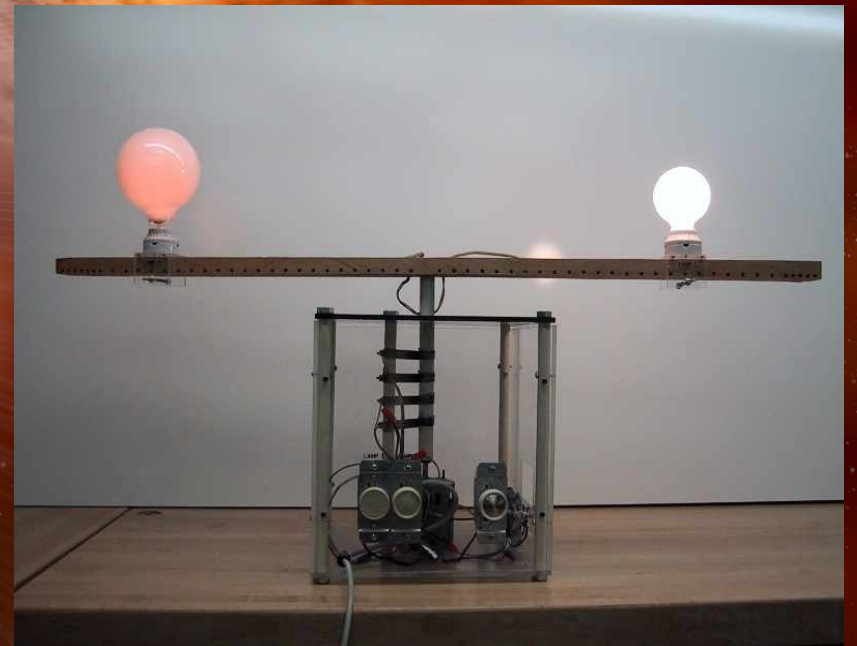
Astronomowie stosując prawa grawitacji oraz prawa opisujące budowę i procesy fizyczne w gwiazdach konstruuja model układu.

Porównując zmiany jasności wyliczone przez model z obserwacyjnymi krzywymi blasku, badacze uzyskują informacje nie tylko o masach ale również o wielu innych parametrach gwiazd jak, jasności, temperatury, separacje, nachylenie orbity, fizyczne rozmiary... i inne.



Astronomowie stosując prawa grawitacji oraz prawa opisujące budowę i procesy fizyczne w gwiazdach konstruuja model układu.

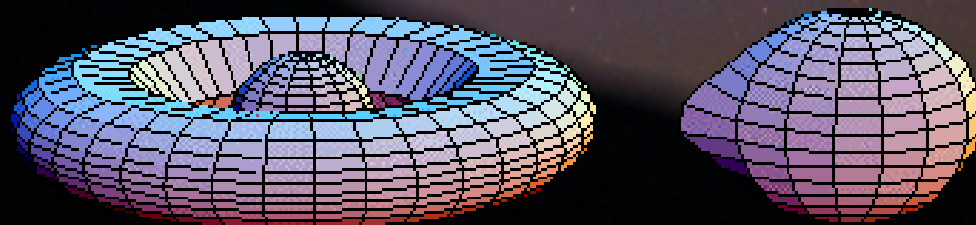
Porównując zmiany jasności wyliczone przez model z obserwacyjnymi krzywymi blasku, badacze uzyskują informacje nie tylko o masach ale również o wielu innych parametrach gwiazd jak, jasności, temperatury, separacje, nachylenie orbity, fizyczne rozmiary... i inne.





# Modelowanie krzywych zmian blasku

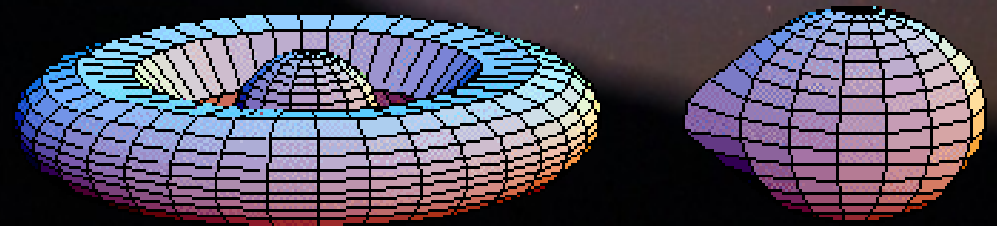
– rzeczywistość w komputerze czy rzeczywistość wirtualna?



Modelowanie krzywych zmian blasku

– rzeczywistość w komputerze czy rzeczywistość wirtualna?

a) Dopasowywanie jakiejś analitycznej funkcji ( $A\sin(Yx)+B\cos(Zx)$ )

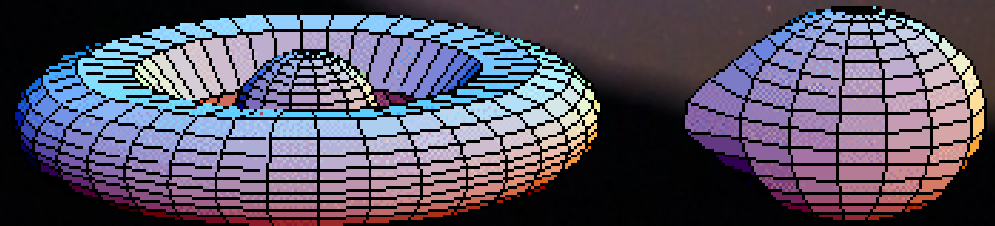




## Modelowanie krzywych zmian blasku

– rzeczywistość w komputerze czy rzeczywistość wirtualna?

- a) Dopasowywanie jakiejś analitycznej funkcji ( $A\sin(Yx)+B\cos(Zx)$ )
- b) Konstruowanie modelu układu podwójnego dla zadanych, fizycznych parametrów i generacja syntetycznej krzywej blasku – dalej porównanie z obserwacyjną krzywą. (Wilson-Devinney, Foebe, Binary Maker, ELC.)

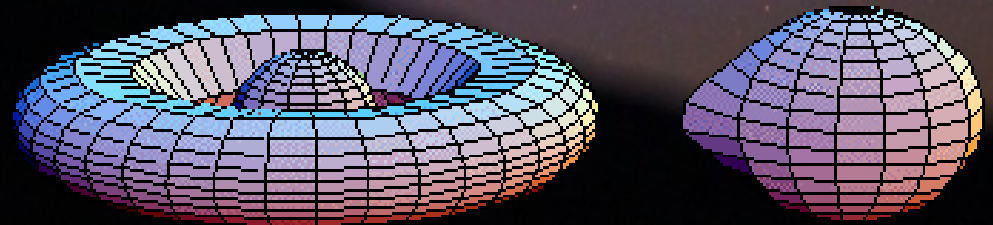


## Pakiet ELC – Eclipsing Light Curve.

Kod rozwijany od połowy lat 70 (Avni, McClintock, Remillard, Bailyn, Hauschildt, Orosz.) Brak możliwości analizowani gwiazd typu W Uma.

Aby poprawnie wymodelować układ należy znaleźć szereg parametrów fizycznych opisujących go (nie tylko elementy orbity).

Część parametrów zakładamy bazując na naszej wiedzy odnośnie procesów zachodzących w atmosferach gwiazd.





# Pakiet ELC – Eclipsing Light Curve.

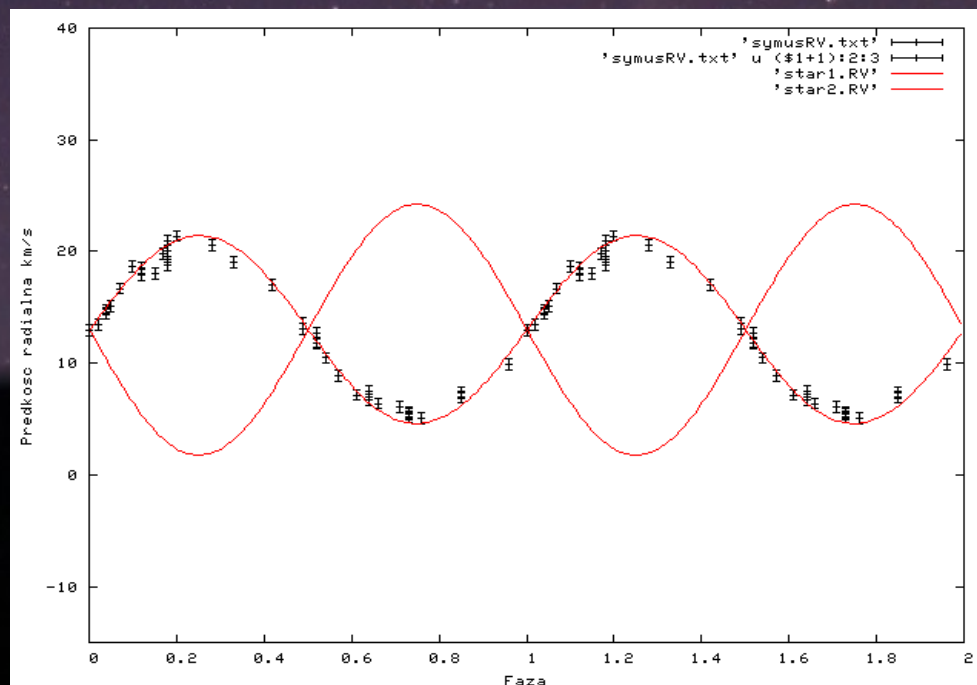
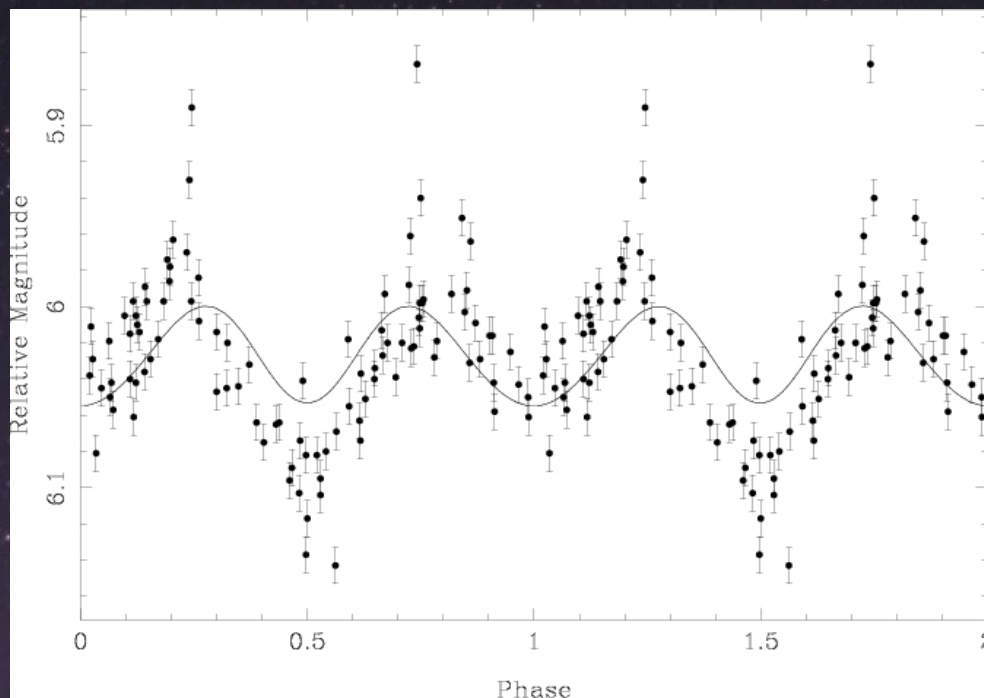
Kod rozwijany od połowy lat 70 (Avni, McClintock, Remillard, Bailyn, Hauschildt, Orosz.) Brak możliwości analizowania gwiazd typu W Uma.

44	Nbet1	0	MonteCarlo (0 for interpolation, >10 for Monte Carlo integration)		
100	Nalph2	0	ielite	0	idraw
44	Nbet2	-1.0000000	Temperature factor spot 1, star 1	0	iecheck
0.791324498	fill1	-1.0000000	Latitude of spot 1, star 1 (degrees)	1	idint
0.113581296	fill2	-1.0000000	Longitude of spot 1, star 1 (degrees)	1	iatm
1.0000000	omega1	-1.0000000	Angular radius of spot 1, star 1 (degrees)	0	ism1
1.0000000	omega2	-1.0000000	Temperature factor spot 2, star 1	0 0 1 0 0 1 1 1	icnU,icnB,icnV,icnR,icnI,icnJ,icnH,icnK
3.00	dphase	-1.0000000	Latitude of spot 2, star 1 (degrees)	6	iRVfilt
0.4770961297	Q	-1.0000000	Longitude of spot 2, star 1 (degrees)	0	ionephase
77.48265	finc	-1.0000000	Angular radius of spot 2, star 1 (degrees)	0	isquare
3463.00	Teff1	-1.0000000	Temperature factor spot 1, star 2	0	iusepot
25835.21	Teff2	-1.0000000	Latitude of spot 1, star 2 (degrees)	0	ifixgamma
0.04547	Tgrav1	-1.0000000	Longitude of spot 1, star 2 (degrees)	0	
0.25000	Tgrav2	-1.0000000	Angular radius of spot 1, star 2 (degrees)	3	ilaw (1=linear law, 2=logarithmic law, 3=quare root law)
23.51040	betarim	-1.0000000	Temperature factor spot 2, star 2	3600.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
0.113581	rinner	-1.0000000	Latitude of spot 2, star 2 (degrees)	4500.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
0.558143	router	-1.0000000	Longitude of spot 2, star 2 (degrees)	5550.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
6897.5	tdisk	-1.0000000	Angular radius of spot 2, star 2 (degrees)	6700.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
-0.7500	xi	0.9405406	Temperature factor spot 1, disk	8700.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
50	Ntheta	73.7998760	Azimuth of spot 1, disk (degrees)	12000.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
50	Nradius	0.8068273	Radial cutoff of spot 1, disk (0 <= r_cut <=1)	16200.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
0.6941	alb1	88.9592958	Angular size of spot 1, disk (degrees)	22000.0	0.635 0.242 0.635 0.242 0.000 0.000 0.000 0.000
0.8137	alb2	0.6087689	Temperature factor spot 2, disk	0.00000000	eccentricity
1	Nref	225.3438284	Azimuth of spot 2, disk (degrees)	90.00000000	argument of peristron in degrees
0.00100	Lx/Lopt	0.6338699	Radial cutoff of spot 2, disk (0 <= r_cut <=1)	0.00000000	pshift
604.5000000000	Period	51.7235528	Angular size of spot 2, disk (degrees)	0.000000	asini (projected semimajor axis in seconds)
0.05500	fm	0.000000000	primmass (star 1 mass in solar masses)	0.000000	median fit (geneticELC only)
455.95140	separ	0.000000000	primK (K-velocity of star 1 in km/sec)	0.000000	sw7 (currently inactive)
-68.070000	gamma velocity	0.000000000	primrad (star 1 radius in solar radii)	0.000000	sw8 (currently inactive)
-5000.00	t3	0.000000000	ratrad (ratio of star 1 radius and star 2 radius)	0.000000	sw9 (currently inactive)
-5.00000	g3	0.000000000000	frac1 (fractional radius star 1: R_1/a)	0	dphase 0.0)
-0.100000	SA3	0.000000000000	frac2 (fractional radius star 2: R_2/a)	0	periastron)
0.000000	xeci	0.00	sw12 (currently inactive)	0	idark1
0.000000	onephase	0.00	sw13 (currently inactive)	0	idark2
0.000000	usepot1	0		0	isw12 (currently inactive)
0.000000	usepot2	0		0	isw13 (currently inactive)
0.000000000	T0	0		0	

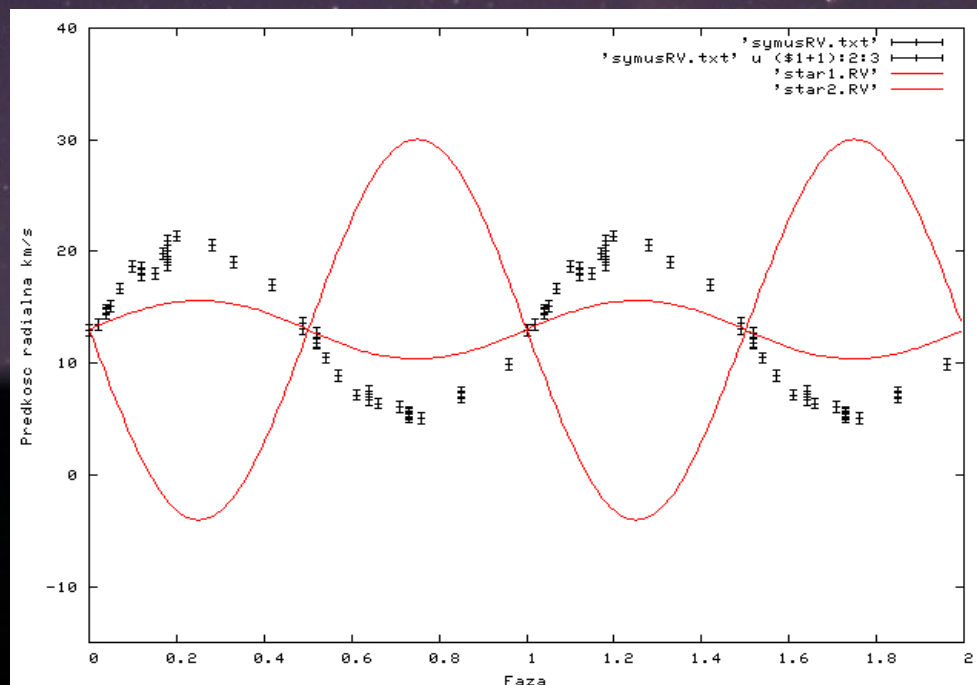
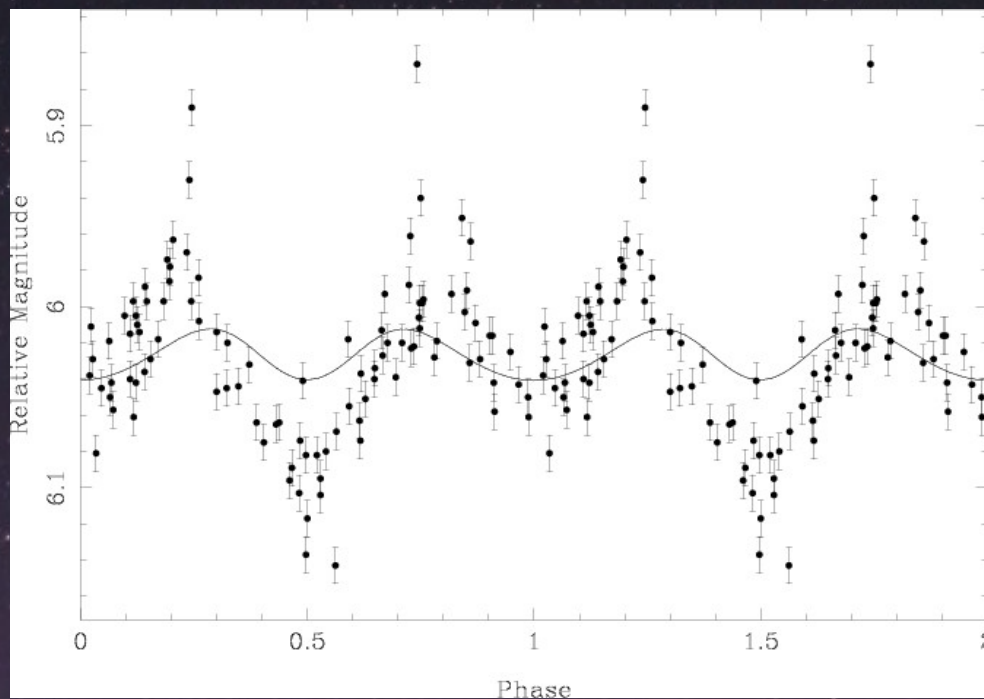




$q = 0.75?$   
 $i = 44 \text{ deg?}$

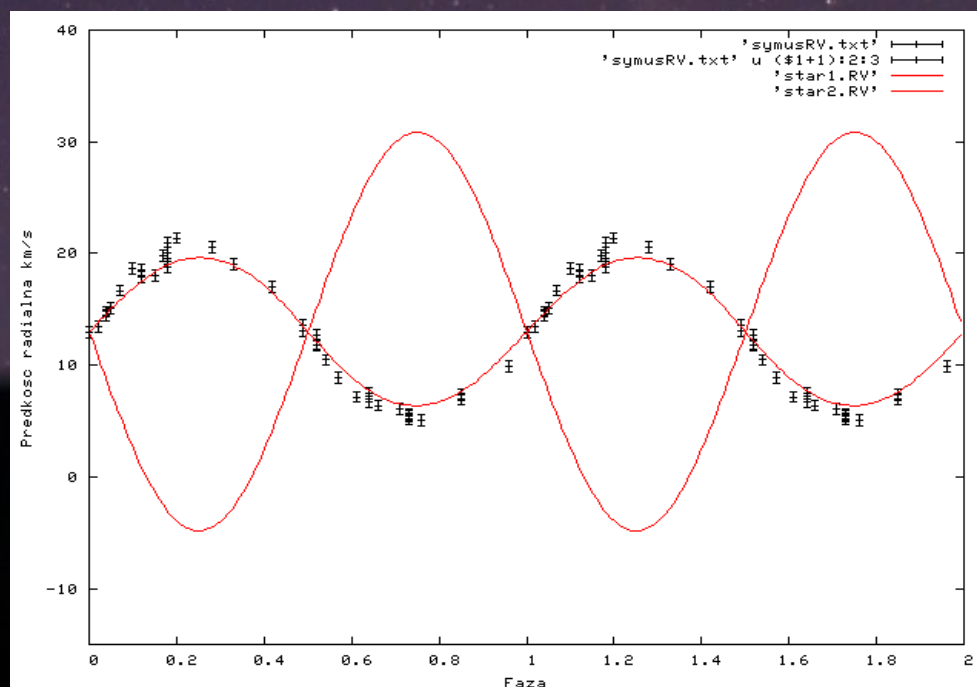
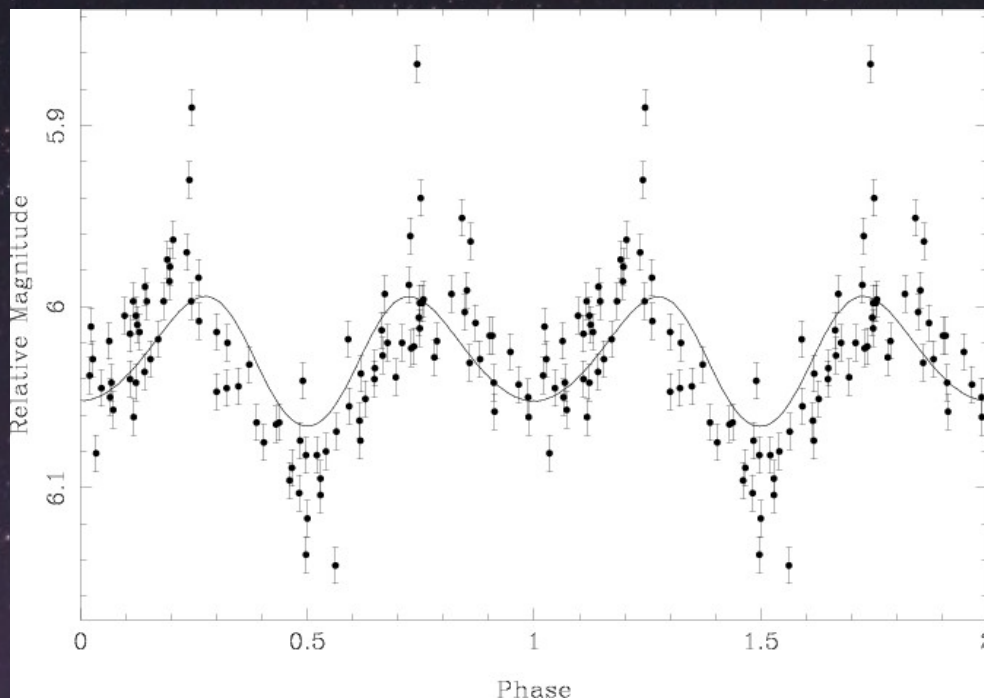


$q = 0.15?$   
 $i = 44 \text{ deg?}$



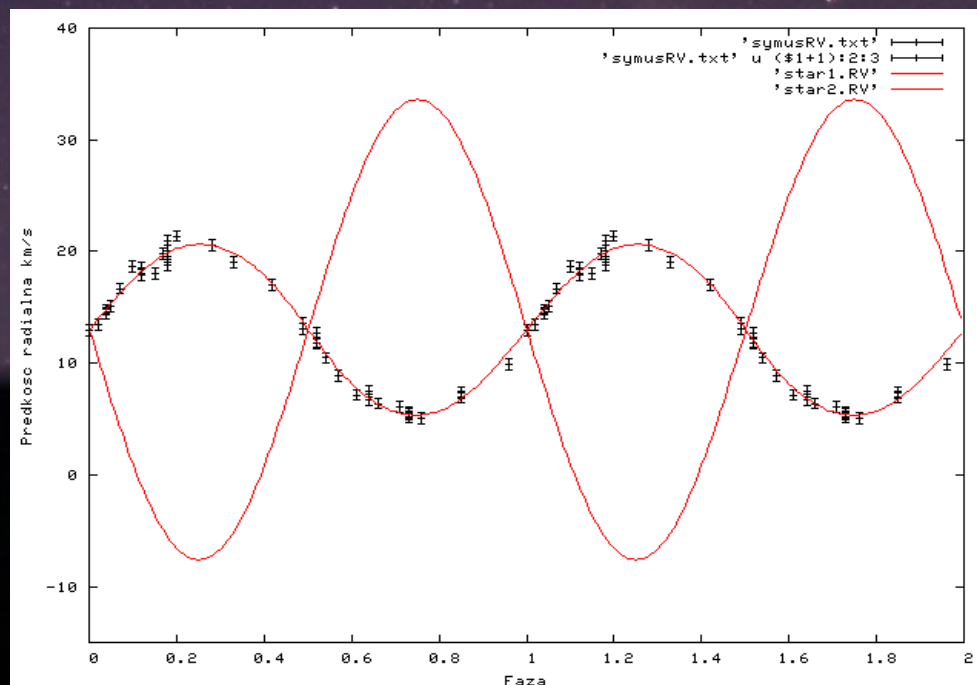
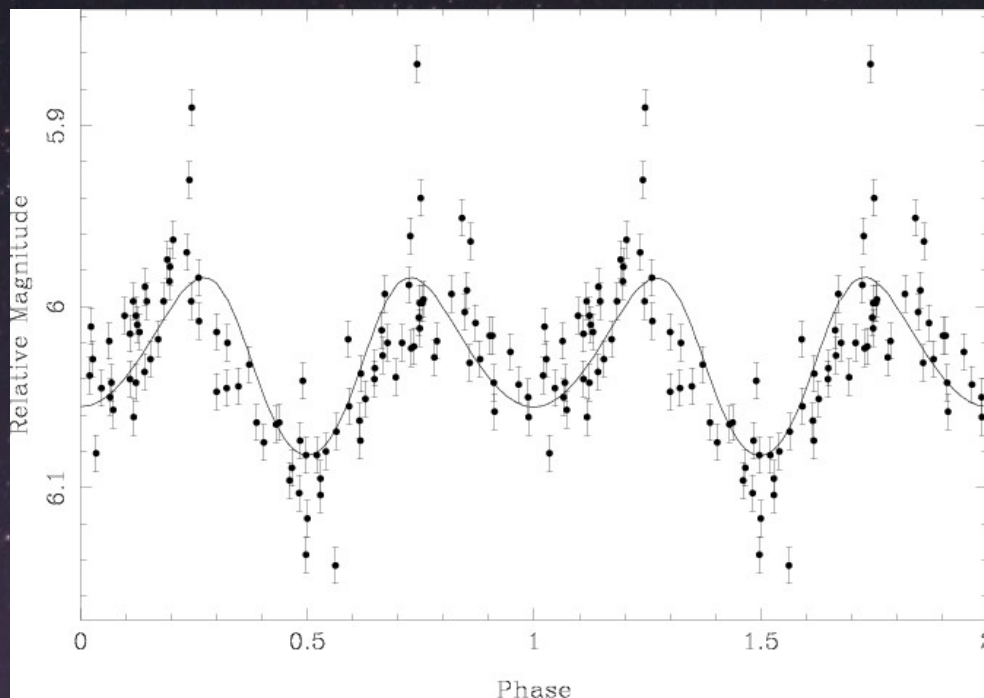


$q = 0.34?$   
 $i = 60 \text{ deg?}$



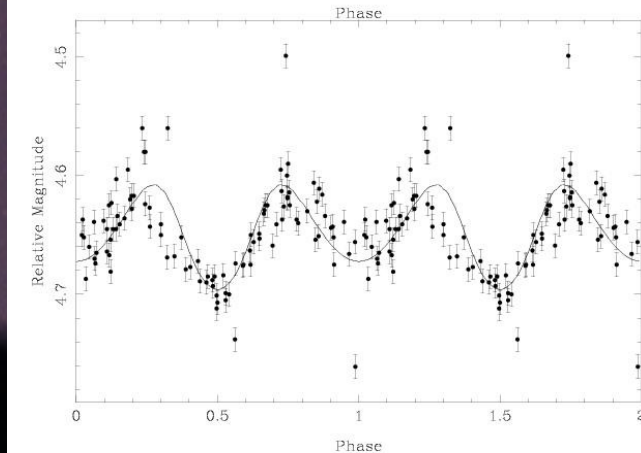
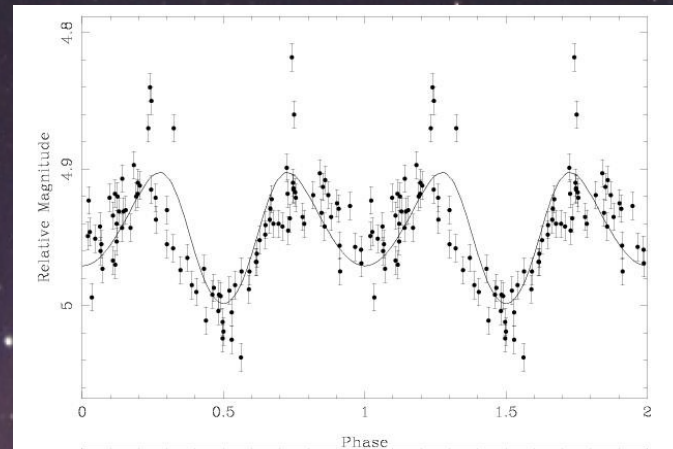
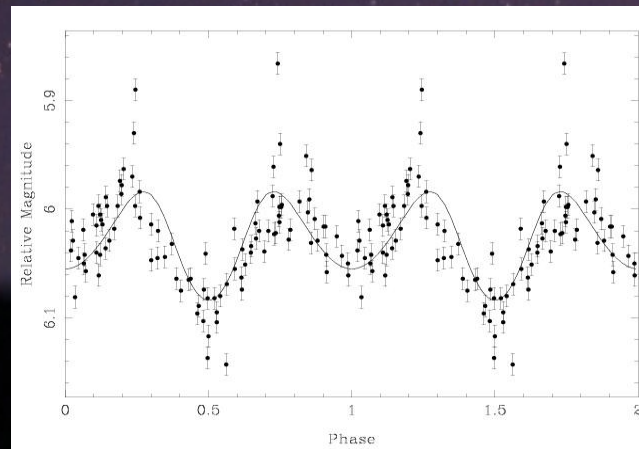
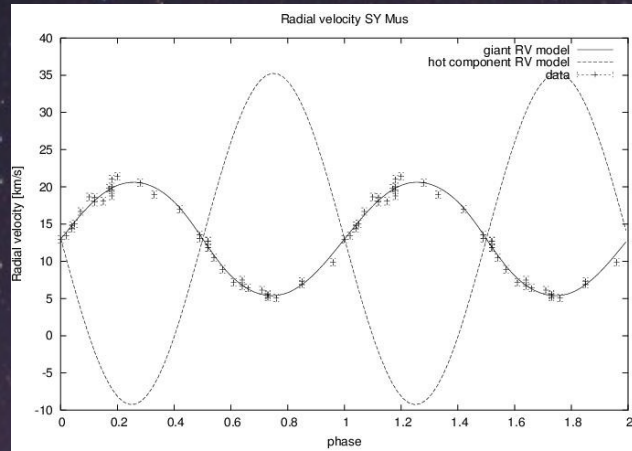
$q = 0.34$   
 $i = 88 \text{ deg}$

OK?  
minimalna  
wartość  $\chi^2$ ,  
zgodność  
z fizyką.





Gromadzenie jak największej ilości danych. W ten sposób nakładamy na program bardzo silne więzy. Krzywe blasku J,H,K.

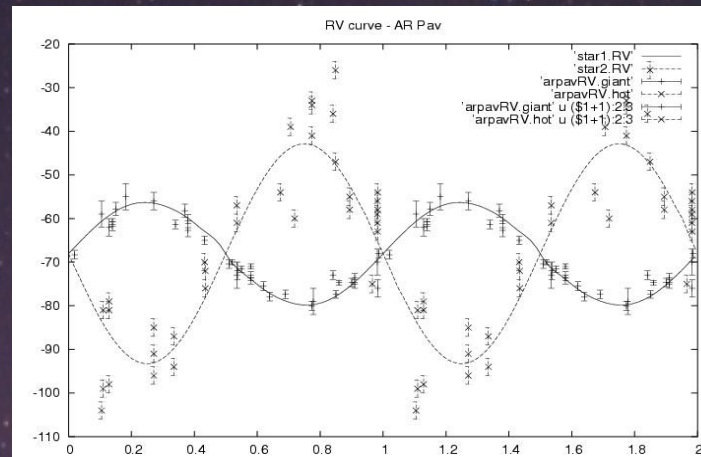
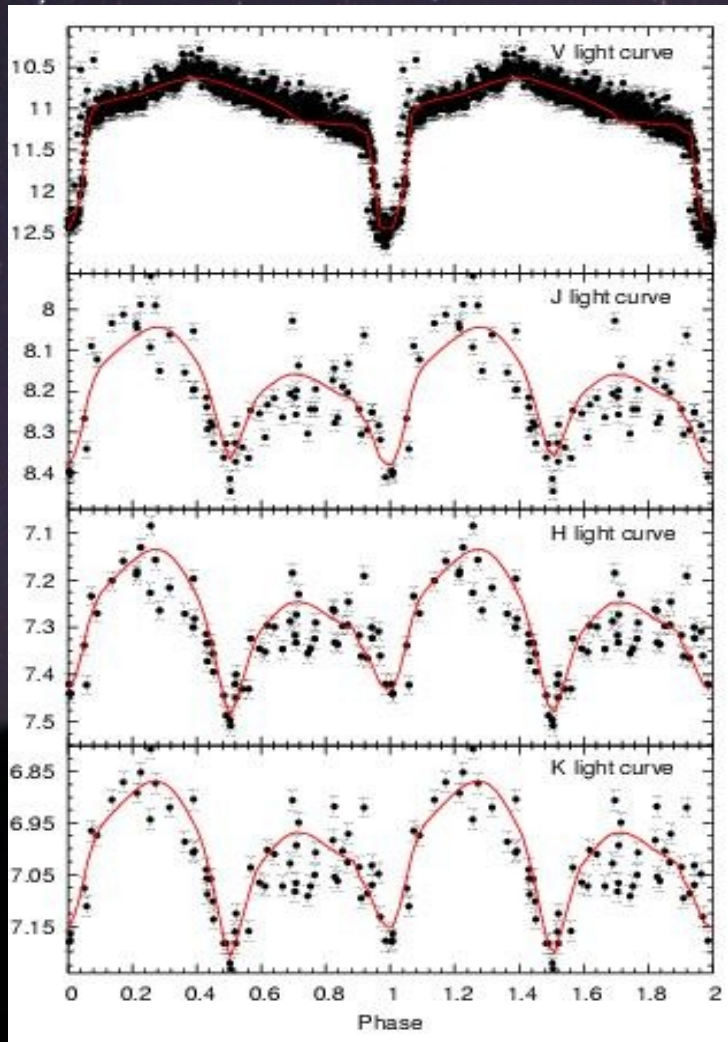


Rysunek 3: Krzywa blasku H (wyżej) i K (niżej) ( $\beta = 0.08$ ).

Rysunek 2: Krzywa blasku J. Parametry modelu:  $q = 0.3472 \pm 0.0064$  ( $M_{giant} = 1.298 M_{\odot}$   $M_{WD} = 0.450 M_{\odot}$ ),  $i = 88.935 \pm 0.4297$ ,  $f = 0.6642 \pm 0.0034$ ,  $a = 370.5 \pm 5.51 R_{\odot}$  ( $r_{giant} = 141.63 R_{\odot}$ ),  $T = (3366 \pm 10.5) K$ ,  $\beta = 0.08$ .

## AR Pav – wyższa szkoła jazdy.

Równoczesne modelowanie krzywych zmian blasku w czterech pasmach V,J,H,K i dwie krzywe prędkości radialnych dla składnika gorącego i chłodnego.

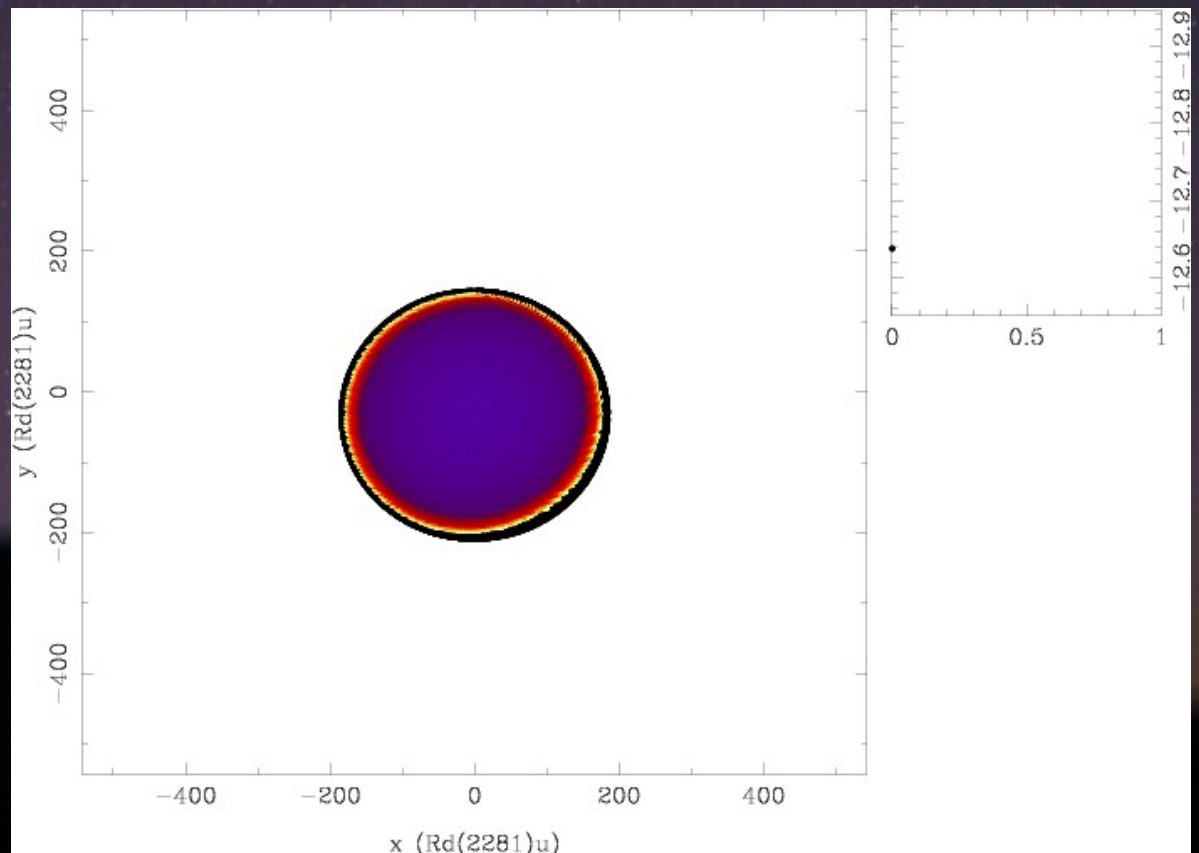


Parameter	Model
$i[^\circ]$	77.1
$q$	0.465
$T_1[K]$	3400
$T_2[K]$	-
$f_1$	0.77
$f_2$	-
$T_{grav1}$	0.08
$T_{grav2}$	0.25
$\beta[^\circ]$	2.73
$r_{in}$	0.06
$r_{out}$	0.9
$T_{disc}[K]$	11082
$a[R_\odot]$	446



AR Pav – wyższa szkoła jazdy.

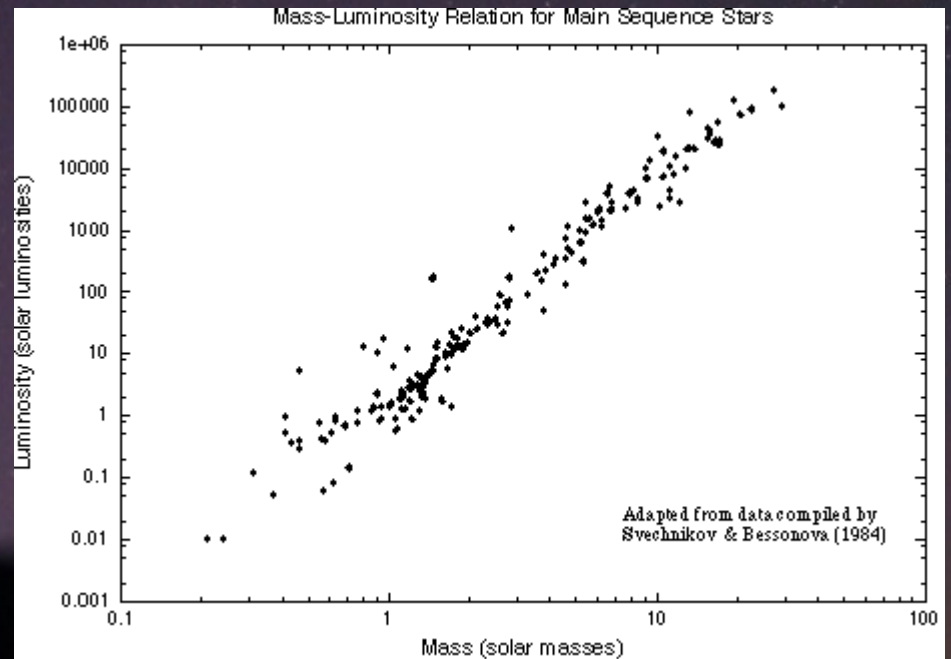
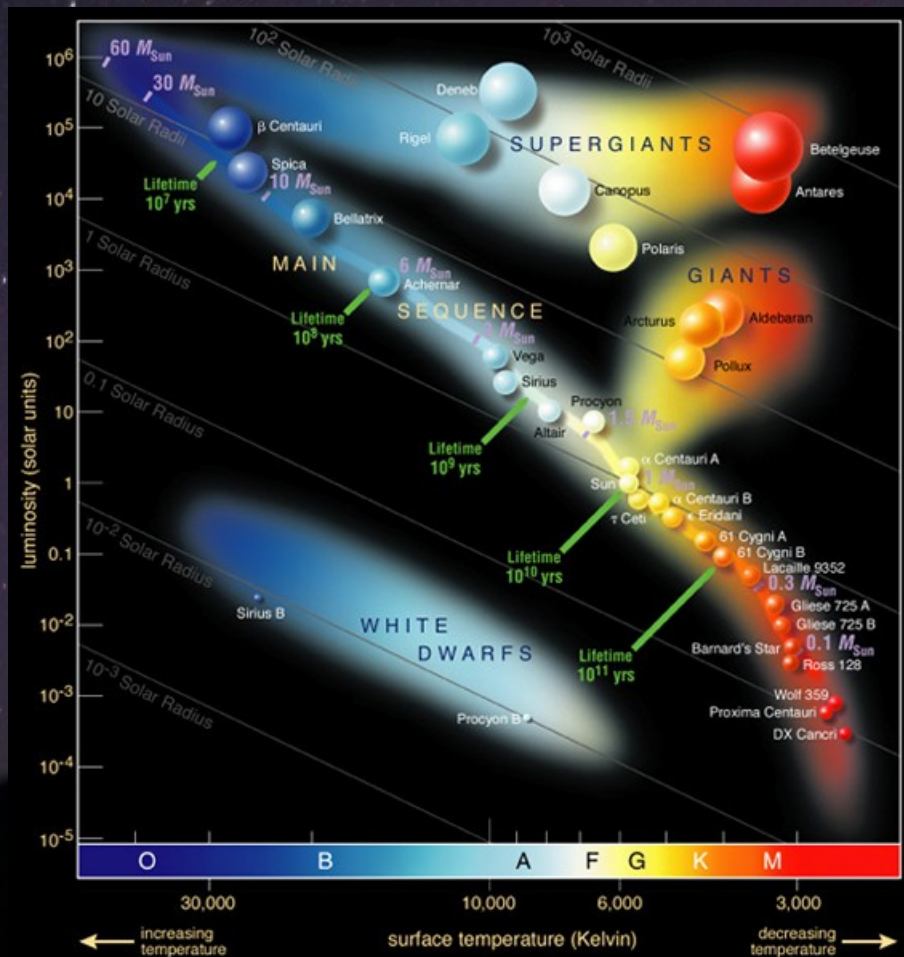
Równoczesne modelowanie krzywych zmian blasku w czterech pasmach V,J,H,K i dwie krzywe prędkości radialnych dla składnika gorącego i chłodnego.



Astronomowie wykorzystują dostępne wskazówki pomocne w wyznaczenia mas gwiaz.

Kilka przykładów:

Diagram Hertzsprunga – Russella i zależność masa - jasność dla gwiazd ciągu głównego.



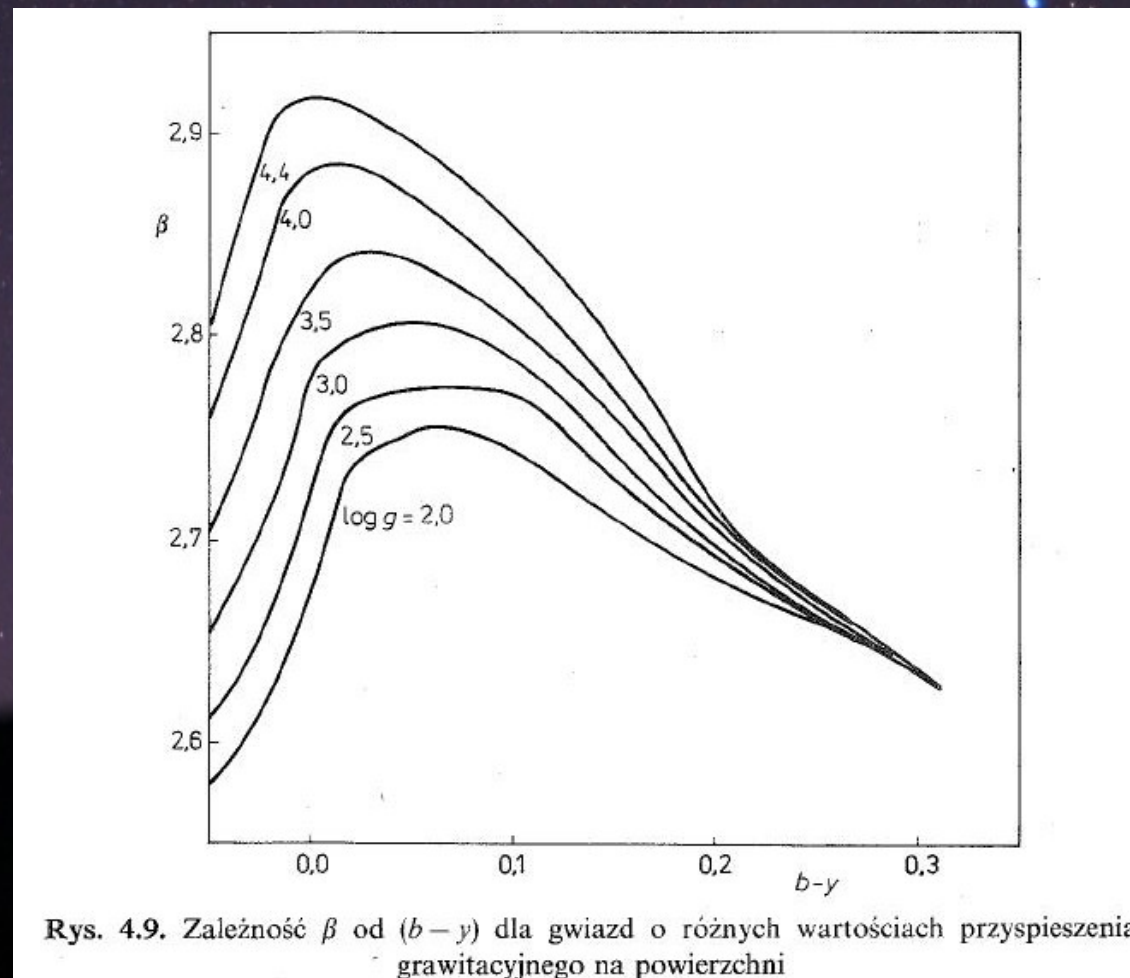


Astronomowie wykorzystują dostępne wskazówki pomocne w wyznaczeniu mas gwiazd.

Kilka przykładów:

Diagram Hertzsprunga – Russella i zależność masa - jasność dla gwiazd ciągu głównego.

Fotometria Stromgrenowska u,v,b,y



Rys. 4.9. Zależność  $\beta$  od  $(b-y)$  dla gwiazd o różnych wartościach przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni

Astronomowie wykorzystują dostępne wskazówki pomocne w wyznaczenia mas gwiaz.

Kilka przykładów:

Diagram Hertzsprunga – Russella i zależność masa - jasność dla gwiazd ciągu głównego.

Fotometria Stromgrenowska u,v,b,y

Wyznaczanie mas w oparciu o dwumodalne gwiazdy pulsujące.

$$P \sim \sqrt{1/\rho}$$



Astronomowie wykorzystują dostępne wskazówki pomocne w wyznaczenia mas gwiaz.

Kilka przykładów:

Diagram Hertzsprunga – Russella i zależność masa - jasność dla gwiazd ciągu głównego.

Fotometria Stromgrenowska u,v,b,y

Wyznaczanie mas w oparciu o dwumodalne gwiazdy pulsujące.

Zależność masa-promień dla białych karłów.

$$R_{wd} = 0.779(M^{-2/3} - M^{2/3})^{1/2} 10^7 m$$

Astronomowie wykorzystują dostępne wskazówki pomocne w wyznaczenia mas gwiaz.

Kilka przykładów:

Diagram Hertzsprunga – Russella i zależność masa - jasność dla gwiazd ciągu głównego.

Fotometria Strumgrenowska u,v,b,y

Wyznaczanie mas w oparciu o dwumodalne gwiazdy pulsujące.

Zależność masa-promień dla białych karłów

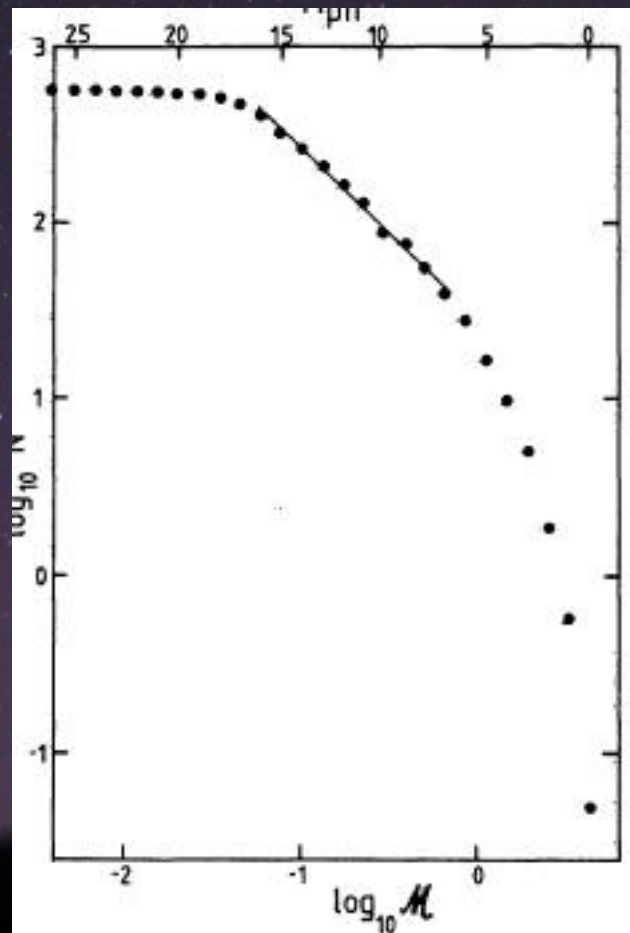
$$R_{wd} = 0.779(M^{-2/3} - M^{2/3})^{1/2} 10^7 m$$

i masa-okres dla czerwonych karłów w układach kataklizmicznych ( $P_{orb} < 9$  godzin)

$$M_2 \approx 0.065 P_{orb}^{5/4} M_{\odot}$$



Rozkład mass gwiazd w otoczeniu Słońca w odległości do 10 pc.



Podsumowanie:

Masa będąc najważniejszym parametrem opisującym budowę i ewolucję gwiazd jest jednocześnie wielkością często bardzo trudną do wyznaczenia.

Dodatkowo – wyznaczanie mas centralnych obszarów galaktyk jak i samych galaktyk, odpowiada na pytania dotyczące nie tylko ewolucji gwiazd ale również całego Wszechświata.