Jak powstawała teoria względności

Andrzej Krasiński

Centrum Astronomiczne PAN im. Mikołaja Kopernika, Warszawa

How the theory of relativity had been taking shape

Abstract: The paper describes the chain of events that had led to the creation of the relativity theories, first the special, then the general one. It is emphasized that Einstein did not overturn the older physics but built a new structure upon it, which includes Newton's mechanics as a limit and contains Maxwell's theory of electromagnetism verbatim. A few popular misconceptions about relativity vs. Newtonian mechanics are corrected.

1. O czym jest ten artykuł?

Autorzy popularnych prac i książek o teorii względności zwykle pozostawiają czytelników z wrażeniem, że Einstein dokonał niemalże cudu, jednoosobowo przeprowadzając wielką rewolucję i zaskakując tym ówczesne środowisko naukowe, zupełnie jakoby na taką zmianę nieprzygotowane. Tymczasem rzeczywistość była o wiele bardziej skomplikowana. „Cud", którego dokonał Einstein, polegał na tym, że zobaczył on samodzielnie w swojej wyobraźni coś, czego większość pozostałych fizyków musiała (i musi do dzisiaj) mozolnie się uczyć. Była jeszcze jednak ta mniejszość – prawda, że bardzo nieliczna – mianowicie ludzie, którzy swoimi odkryciami i przemyśleniami przygotowali grunt dla Einsteina. Pozostawili oni sporo wskazówek, które z perspektywy dzisiejszej wiedzy wydają się całkiem czytelne, ale które były wtedy – w XVIII i XIX w. – dostrzegane przez bardzo niewielu.

Einstein niczego nie zburzył, tylko przeprowadził twórczą syntezę dawniejszej fizyki i pomógł na nowo – w wielu punktach jaśniej i prościej – zrozumieć wcześniejsze teorie: mechanikę i teorię grawitacji Newtona oraz elektrodynamikę Maxwella. Newtonowska teoria grawitacji i mechanika nadal pozostają w mocy jako przybliżenie do teorii Einsteina i mogą być z powodzeniem stosowane we wszystkich sytuacjach, w których prędkość światła można uznać za nieskończoną. Inżynierowie, nawet ci od najszybszych urządzeń – samolotów i promów kosmicznych – z powodzeniem nadal stosują teorię Newtona, bo jest dużo prostsza, a błędy spowodowane zaniedbaniem przewidywań teorii względności i tak są mniejsze niż dopuszczalne techniczne „luzy", nawet w bardzo precyzyjnych urządzeniach. Elektrodynamika Maxwella po prostu j e s t c z ę ś c i ą teorii względności. Jak pokażemy dalej, sformułowanie równań Maxwella było jednym z najważniejszych etapów na drodze do teorii względności. Równania te prościej się dyskutuje i rozwiązuje w języku teorii względności niż w tradycyjnym języku analizy wektorowej.

Niniejszy artykuł przedstawia w wielkim skrócie najważniejsze etapy drogi, która w końcu doprowadziła do sformułowania teorii względności; najpierw tzw. szczególnej, czyli teorii zjawisk mechanicznych i elektromagnetycznych z pominięciem grawitacji, potem ogólnej, która uwzględnia również grawitację.

Warto przy tej okazji przypomnieć, jaki jest prawdziwy sens słowa „teoria". Często spotyka się pogląd, że teoria jest czymś gorszym od prawdziwej wiedzy – co najwyżej pośrednim etapem na drodze do tej ostatniej[1]. W rzeczywistości c a ł a wiedza naukowa składa się z teorii. Nawet jeśli jakaś gałąź wiedzy nie ma słowa „teoria" w nazwie (jak np. mechanika kwantowa), jest również teorią. Nauki przyrodnicze już od czasów Galileusza porzuciły próby dotarcia do prawdy absolutnej, ponieważ okazały się one nieskuteczne. Natura nie podsuwa nam gotowych, „absolutnie prawdziwych" objaśnień zjawisk – my sami musimy odgadnąć wszystkie objaśnienia i nikt nam nie zagwarantuje, że odgadliśmy prawidłowo. Próba nowego objaśnienia pojedynczego zjawiska nazywa się hipotezą. Hipoteza wielokrotnie potwierdzona staje się założeniem. Na podstawie zespołu sprawdzonych założeń buduje się teorię. Jeśli prawidłowo przewiduje ona wyniki dużej liczby doświadczeń i żaden z n a n y a k t u a l n i e wynik doświadczenia nie jest z nią sprzeczny, to uznajemy ją za prawdziwą – i nigdy nie będziemy mieli niczego lepszego, co najwyżej inną teorię, jeśli obecna zawiedzie. To jest właśnie ten element niepewności zawarty w słowie „teoria", o którym każdy uczciwy naukowiec zawsze pamięta – każdą teorię musimy traktować

[1] Pogląd ten jest prawdziwą plagą w społeczeństwie amerykańskim, gdzie rozpowszechniają go fundamentalistyczni wrogowie teorii ewolucji w biologii. Propagandzie tej uległ nawet jeden z poprzednich prezydentów USA.

jako tymczasową (do czasu znalezienia lepszej, ale też nie absolutnie prawdziwej). Tymczasowość może trwać bardzo długo, ale nierealne jest oczekiwanie, że kiedykolwiek będziemy posiadali absolutną i kompletną wiedzę o wszystkim.

2. „Prehistoria", czyli prekursorzy Einsteina odszukani przez późniejszych historyków nauki

Pierwsze przebłyski „relatywistycznego" myślenia pojawiły się na długo przed Einsteinem. Nie mamy pewności, że wiemy o wszystkich – historia jest przecież też wiedzą tworzoną przez ludzi. Za najstarszą zapowiedź teorii względności można uważać spekulację samego Newtona na temat oddziaływania światła z polem grawitacyjnym. W dziele pt. *Opticks*, po raz pierwszy opublikowanym w 1704 r., Newton postawił pytanie: „Czy ciała nie oddziałują na światło na odległość i przez to oddziaływanie nie uginają jego promieni; i czy to działanie (*caeteris paribus*) nie jest najsilniejsze w najmniejszej odległości?" [1].

Następna spekulacja idąca w tym kierunku jest zawarta w liście angielskiego astronoma i geologa Johna Michella do fizyka Henry'ego Cavendisha z roku 1783: „gdyby promień sfery o takiej samej gęstości jak Słońce przewyższył promień Słońca w proporcji 500:1, to ciało spadające ku niej z nieskończonej wysokości osiągnęłoby przy jej powierzchni prędkość większą niż prędkość światła i w konsekwencji – zakładając, że światło jest przyciągane, tak jak inne ciała, z siłą proporcjonalną do jego *vis inertiae* – całe światło wyemitowane z takiego ciała zostałoby zmuszone do zawrócenia wskutek swojej własnej grawitacji" [2]. Michell zasugerował nawet, że takie „czarne" ciała mogłyby zostać wykryte przez obserwowanie ich towarzyszy w układach podwójnych.

Henry Cavendish, być może zainspirowany listem Michella, obliczył w 1784 r. kąt ugięcia promienia świetlnego w polu grawitacyjnym (zob. niżej), ale nie opublikował tego wyniku [3].

Rozumowanie Michella powtórzył w innej formie, i prawdopodobnie niezależnie, Pierre-Simon de Laplace w 1795 r. [4]. Zauważył on mianowicie, że prędkość ucieczki z powierzchni ciała o masie M i promieniu R, równa

$$v_{\rm e} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \tag{2.1}$$

gdzie G jest stałą grawitacyjną, staje się większa od prędkości światła c, gdy R jest mniejsze od

$$R_{\rm S} = 2GM/c^2 \tag{2.2}$$

(dla Słońca $R_{\rm S} \approx 2{,}95$ km). Laplace wywnioskował stąd, że ciało o promieniu mniejszym niż $R_{\rm S}$ musiałoby wydawać się całkowicie czarne. W świetle dzisiejszej wiedzy wynik ten można uważać za przepowiednię istnienia czarnych dziur.

Tu dygresja: Dzisiejsi popularyzatorzy wiedzy o czarnych dziurach lubią zadziwiać czytelników stwierdzeniem, że wzór na promień horyzontu sferycznie symetrycznej czarnej dziury, wynikający z teorii względności, jest identyczny z (2.2). Jest to prawda w sensie „graficznym", ale nie można zapominać o dwóch ważnych różnicach: 1) W teorii względności wielkość $R_{\rm S}$ n i e j e s t odległością powierzchni czarnej dziury od jej środka. Jest to w a r t o ś ć w s p ó ł r z ę d n e j r a d i a l n e j odpowiadająca tej odległości. Jak wiadomo, współrzędne w teorii względności można wybierać dowolnie, i w rozwiązaniu Schwarzschilda – najprostszym modelu czarnej dziury – celowo wybiera się współrzędną radialną tak, aby niektóre wyniki w y g l ą d a ł y t a k s a m o jak w teorii Newtona. Geometryczna odległość od środka czarnej dziury Schwarzschilda do jej powierzchni wynosi $(GM/c^2)(\pi + 1)$. 2) W teorii względności powierzchnia czarnej dziury jest barierą całkowicie nieprzekraczalną w kierunku od środka na zewnątrz – przedostanie się na zewnątrz wymagałoby ruchu z prędkością większą niż prędkość światła. W teorii Newtona wniosek ze wzoru (2.2) jest taki, że z powierzchni ciała o promieniu mniejszym niż $R_{\rm S}$ światło nie może uciec d o n i e s k o ń c z o n o ś c i, ale jednak może przez powierzchnię $R = R_{\rm S}$ przechodzić w obu kierunkach i oddalać się od niej na zewnątrz. Jak można łatwo obliczyć, maksymalna odległość od środka ciała o masie M, na którą ucieknie obiekt startujący z powierzchni $r = R$ z prędkością $v_0 < v_{\rm e} = \sqrt{2GM/R}$, wynosi

$$r_{\rm max} = \frac{GM}{GM/R - {v_0}^2/2} \tag{2.3}$$

i może być dowolnie duża, jeśli v_0 jest bliskie $v_{\rm e}$. Morał z tej dygresji: ostrożnie z newtonowskimi analogiami! Mogą one to i owo podpowiedzieć, ale nie pozwalają na zrozumienie szczegółów teorii względności[2].

Trzecim prekursorem „prehistorycznym" był astronom z Monachium, Johann von Soldner, który w 1804 r. opublikował wynik obliczenia kąta, pod jakim powinien uginać się promień świetlny w polu grawitacyjnym Słońca [5]. Wynik ten możemy łatwo wyprowadzić. Jak wiadomo, newtonowskie równanie orbity w sferycznie symetrycznym polu grawitacyjnym, we współrzędnych sferycznych, jest następujące:

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos(\varphi - \varphi_0)}, \tag{2.4}$$

gdzie p oraz ε są odpowiednio parametrem oraz mimośrodem orbity i są związane z fizycznymi charakterystykami orbity w następujący sposób:

$$p = \frac{J^2}{GMm^2}, \qquad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EJ^2}{G^2M^2m^3}}, \tag{2.5}$$

gdzie J jest momentem pędu ciała na orbicie względem środka ciała centralnego, $\boldsymbol{J} = m\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}$, E jest całkowitą energią tego ciała, $E = \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2 - GMm/r$, M jest masą ciała centralnego, m jest masą obiektu na orbicie. Dla

[2] Laplace miał natomiast rację w sensie „praktycznym". Już najbliższa gwiazda jest tak daleko, że z dobrym przybliżeniem jesteśmy względem niej w nieskończoności. Jeśli więc jej promień byłby wyraźnie mniejszy od $R_{\rm S}$, to jej światło nie mogłoby do nas dotrzeć także według teorii Newtona.

orbity hiperbolicznej $\varepsilon > 1$ i rozwiązując równ. (2.4) względem φ dostajemy

$$\varphi = \varphi_0 \pm \arccos\left[\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{p}{r} - 1\right)\right]. \qquad (2.6)$$

Kierunki asymptot toru hiperbolicznego wynikają z (2.6) w granicy $r \to \infty$:

$$\varphi^{\pm} = \varphi_0 \pm \arccos(-1/\varepsilon) \qquad (2.7)$$

i tworzą ze sobą kąt $\varphi^+ - \varphi^- = 2\arccos(-1/\varepsilon)$. Kąt ugięcia jest więc równy (rys. 1)

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= 2\arccos(-1/\varepsilon) - \pi \\ &= -2[\pi/2 - \arccos(-1/\varepsilon)] \\ &= 2\arcsin(1/\varepsilon). \qquad (2.8)\end{aligned}$$

Zauważmy teraz, że $J = mRv_R$, gdzie R jest najmniejszą odległością cząstki orbitującej od środka ciała centralnego, zaś v_R jest prędkością orbitalną w punkcie najbliższym tego ciała – bo w tym punkcie wektory $\boldsymbol{r}$ i $\boldsymbol{v}$ są do siebie prostopadłe. Obliczając energię w tym punkcie i przyrównując ją do energii w nieskończoności dostajemy

$$E = \frac{1}{2}m{v_R}^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}m{v_\infty}^2, \qquad (2.9)$$

a stąd

$${v_R}^2 = {v_\infty}^2 + 2\frac{GM}{R}. \qquad (2.10)$$

Podstawiając J, (2.9) i (2.10) do (2.5) dostajemy

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{R^2{v_\infty}^2}{G^2M^2}\left(2\frac{GM}{R} + {v_\infty}^2\right)} = 1 + \frac{R{v_\infty}^2}{GM}. \qquad (2.11)$$

Jak należało oczekiwać, wynik ten nie zależy od masy cząstki m. Podstawiając $v_\infty = c$ (prędkość światła – masa „cząstki” światła jest przecież nieistotna) dostajemy

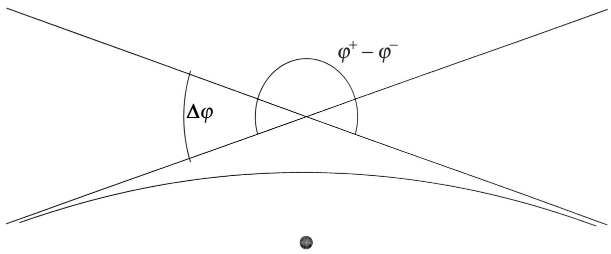
$$\varepsilon = 1 + \frac{Rc^2}{GM} \qquad (2.12)$$

(aż do tego miejsca nie stosowaliśmy żadnych przybliżeń).

Dla zwykłych obiektów astronomicznych, np. dla Słońca, jak już wiemy, odległość GM/c^2 jest znacznie mniejsza od promienia powierzchni, czyli R musi z konieczności być bardzo duże w porównaniu z GM/c^2, więc $\varepsilon \approx Rc^2/(GM)$. Zatem dla realnych orbit ε jest bardzo duże, więc $1/\varepsilon$ jest bardzo małe, a stąd $\arcsin(1/\varepsilon) \approx 1/\varepsilon \approx GM/(c^2R)$, i w konsekwencji

$$\Delta\varphi \approx \frac{2GM}{c^2R}. \qquad (2.13)$$

To jest wynik uzyskany przez Soldnera i Cavendisha. Podstawiając za R promień Słońca, a więc najmniejszą odległość, na jaką promień świetlny może się do Słońca zbliżyć, a za M masę Słońca, dostajemy maksymalny możliwy kąt ugięcia. Według dzisiejszych danych $R = 6{,}96 \cdot 10^{10}$ cm, $M = 1{,}989 \cdot 10^{33}$ g, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ cm^3/g $\cdot$ s^2, więc $\Delta\varphi \approx (2{,}84 \cdot 10^{-4})^\circ \approx 0{,}864''$. Tu musimy znów wtrącić dygresję: kąt $\Delta\varphi$ ze wzoru (2.13) jest dokładnie dwa razy mniejszy niż odpowiedni wynik obliczony z teorii względności. A więc, chociaż uchylamy kapeluszy z szacunkiem dla przenikliwości dawnych autorów, ostrzeżenie pozostaje w mocy: ostrożnie z analogiami newtonowskimi.



Rys. 1. Asymptoty hiperbolicznej orbity tworzą ze sobą kąt $\varphi^+ - \varphi^-$, gdzie $\varphi^\pm$ dane są wzorem (2.7). Kąt ugięcia wynosi więc $\Delta\varphi = \varphi^+ - \varphi^- - \pi$.

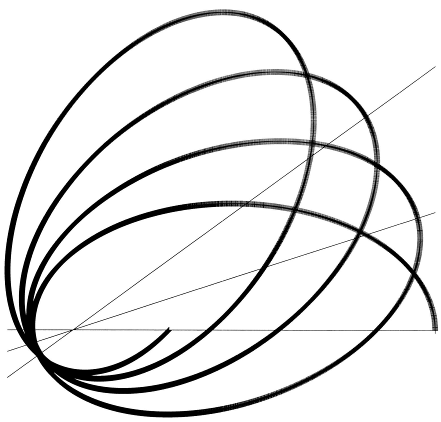
Wyniki Michella, Laplace'a i Soldnera przez długie lata pozostawały niezauważone i były nieobecne w publicznej świadomości. Zostały odszukane przez historyków jako ciekawostki już po sformułowaniu teorii względności. W następnym rozdziale powiemy o odkryciach, które były od początku dostrzeżone, chociaż nie od razu w pełni zrozumiane.

3. Historia wczesna, czyli prekursorzy znani, ale nie zawsze świadomi

Równanie (2.4) opisuje także, w przypadku $\varepsilon < 1$, orbity eliptyczne w sferycznie symetrycznym polu grawitacyjnym, a więc w przybliżeniu orbity planet w polu Słońca. Dlaczego w przybliżeniu? Przede wszystkim dlatego, że zależność (2.4) dotyczy sytuacji wyidealizowanej: jednej planety obiegającej gwiazdę, która jest dokładnie sferyczna, w przestrzeni całkowicie pustej. W rzeczywistości Słońce nie jest dokładnie kuliste, ponieważ obraca się i siła odśrodkowa ruchu obrotowego, podobnie jak na Ziemi, wywołuje jego spłaszczenie. Potencjał grawitacyjny Słońca nie jest więc dokładnie potencjałem kulombowskim $V = GM/r$, lecz zawiera poprawki wyższych rzędów w $1/r$. Największe fizyczne zaburzenie ruchu planet jest wywoływane przez inne planety. Uwzględnienie wpływu innych planet daje taki skutek, że równanie ruchu każdej pojedynczej planety modyfikuje się i przybiera postać

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon\cos[(1-\alpha)(\varphi - \varphi_0)]}, \qquad (3.1)$$

gdzie α jest pewną stałą, inną dla każdej planety. (Ale uwaga: to nie jest dokładny wzór, tylko pierwsze przybliżenie w rachunku perturbacyjnym! Małym parametrem jest tu wielkość proporcjonalna do α, a mianowicie V_2/V_1, gdzie V_1 i V_2 są pierwszymi wyrazami rozwinięcia potencjału grawitacyjnego V w szereg względem potęg $1/r$). Jak łatwo widać, obecność tej stałej powoduje, że po wykonaniu pełnego obiegu, $\varphi \to \varphi + 2\pi$, planeta nie powraca do położenia wyjściowego. Aby znaleźć się powtórnie w tej samej odległości od Słońca, planeta musi obiec Słońce o kąt $2\pi/(1-\alpha) \approx 2\pi(1+\alpha)$. Rzeczywista orbita ma więc kształt rozetki, takiej jak na rys. 2. Wielkość $2\pi\alpha$ jest nazywana prędkością obrotu peryhelium (jest ona dodatnia i bardzo mała – patrz niżej; jej naturalną jednostką są radiany na jeden obieg, ale w praktyce astronomicznej mierzy się ją w sekundach łuku na stulecie).



Rys. 2. Rzeczywiste orbity planet, wskutek różnych zaburzeń, nie są elipsami, ale krzywymi niezamkniętymi. Kąt obrotu peryhelium pokazany na rysunku jest znacznie przesadzony – w rzeczywistości największy obserwowany w Układzie Słonecznym kąt obrotu, dla Merkurego, wynosi tylko ok. 1,5° na 100 lat.

W ten sam sposób ujawnia się zaburzenie „niefizyczne” – z konieczności obserwacje astronomiczne na Ziemi wykonywane są w układzie geocentrycznym. Ich wyniki są potem przeliczane do układu heliocentrycznego, ale w surowej postaci wynik pomiaru stałej α zawiera też przyczynek pochodzący od ruchu orbitalnego Ziemi. Największym zaburzeniom podlega orbita Merkurego; według dzisiejszych pomiarów całkowita prędkość obrotu peryhelium Merkurego wynosi $(5599{,}74 \pm 0{,}41)''$ na stulecie (czyli ok. 1,5° na 100 lat) [6,7], z czego ok. 5000″ przypada na „niefizyczny” wpływ ruchu orbitalnego Ziemi, ok. 280″ na zaburzenia pochodzące od Wenus, ok. 150″ od Jowisza, ok. 100″ od innych planet... [6]. Ale czy to się sumuje do wielkości obserwowanej?

To pozornie pedantyczne i nieistotne pytanie zadał sobie jako pierwszy francuski astronom Urbain-Jean-Joseph Le Verrier w latach pięćdziesiątych XIX w. Obliczył on dokładnie wszystkie składniki zaburzeń orbity Merkurego, zsumował je – i wyszło mu o ok. 43″ na stulecie za mało [8,9]. Według dzisiejszych pomiarów rozbieżność ta wynosi $(43{,}11 \pm 0{,}45)$ [6] (dla innych planet odpowiednie wielkości są znacznie mniejsze i nie przekraczają kilku sekund łuku na stulecie [7]). Wydawało się wtedy, że jest to tylko jakiś brakujący szczegół w obserwacjach. Sam Le Verrier był przekonany, że to niewyjaśnione zaburzenie pochodzi od nowej, nieznanej jeszcze planety, którą nazwał Vulcan. Przypuszczenie to było o tyle naturalne, że niecałe 10 lat wcześniej Le Verrier przewidział istnienie, również wtedy nieznanej, planety Neptun, na podstawie zaburzeń, jakie wywoływała w orbicie Urana, i Neptun został rzeczywiście odkryty. Planeta Vulcan, aby wyjaśnić zaburzenie orbity Merkurego, musiałaby jednak krążyć wewnątrz orbity Merkurego i mieć tak dużą masę, że jej przeoczenie w teleskopach byłoby niemożliwe.

Ten „anomalny ruch peryhelium Merkurego” stał się największą zagadką astronomii II połowy XIX w. Próbowano objaśnić go na jeszcze inne sposoby, z których warto tu wspomnieć o jednym. W 1895 r. Simon Newcomb wysunął hipotezę, że obrót peryhelium Merkurego jest skutkiem spłaszczenia Słońca [10,11]. Rzeczywiście, gdyby Słońce nie było dokładnie kuliste, wpływ jego spłaszczenia na orbity planet byłby j a k o ś c i o w o właśnie taki. Kłopot był jednak z uzgodnieniem liczb. Gdyby spłaszczenie Słońca było wystarczająco duże dla wyjaśnienia brakujących 43″ na stulecie, to równocześnie występowałby inny efekt: okresowe zmiany kąta między płaszczyzną orbity Merkurego a płaszczyzną równika Słońca, z prędkością również 43″ na stulecie [12]. To było znacznie więcej, niż dopuszczały obserwacje – ten efekt po prostu nie występował.

Wyjaśnienie tej anomalii było historycznie pierwszym, zupełnie nieoczekiwanym sukcesem ogólnej teorii względności. Dojdziemy do tego w dalszym ciągu artykułu.

Następnym etapem na drodze do teorii względności było sformułowanie równań Maxwella w latach 1861–65 [13–18][3]. Było to jedno z największych i najbardziej rewolucyjnych (w konstruktywnym sensie) odkryć w historii fizyki, które odegrało wielką rolę także w technice. O jego skutkach można by napisać całą książkę. Z naszego punktu widzenia istotna jest jedna własność tych równań. Występuje w nich jako współczynnik prędkość światła w próżni c. Ale równa-

[3] Oryginalnych prac Maxwella nikt dziś nie cytuje i nie było łatwo odnaleźć dane o nich. Za pierwsze przedstawienie równań Maxwella w literaturze uchodzi seria prac z lat 1861–62 [13,14]. Ulepszoną wersją tego wykładu jest praca [15] z dalszymi poprawkami w artykule [16]. Kompletnym wykładem jego teorii elektromagnetyzmu jest dzieło [17]. Syntetyczną informację o tym, jak Maxwell i współcześni mu fizycy i matematycy stopniowo dochodzili do układu równań zwanych dziś równaniami Maxwella, zawiera książka [18]. Książka ta, wydana po raz pierwszy w roku 1910, miała wiele wznowień. Z niej pochodzą dane bibliograficzne o pracach [13–16] (przypisy w t. I na s. 247, 255 i 258).

nia Maxwella nie są niezmiennicze względem zamiany zmiennych, jaka w mechanice Newtona występuje przy przejściu do układu poruszającego się względem wyjściowego z prędkością $\boldsymbol{v}$, $x'_i = x_i - v_i t$, $i = 1, 2, 3$. Oznaczałoby to, że równania Maxwella wyróżniają pewien układ odniesienia. Co więcej, Maxwell zauważył, że doświadczalnie zmierzona prędkość rozchodzenia się zaburzeń pola elektromagnetycznego jest prawie dokładnie równa prędkości światła. Wywnioskował stąd, że światło musi być falą elektromagnetyczną. Nie było to wiadome do tamtej chwili i wcale nie był to wniosek oczywisty, bo „zwykłe" fale elektromagnetyczne też jeszcze nie były doświadczalnie wykryte – ich istnienie było jedną z przepowiedni równań Maxwella. Zatem, układ odniesienia wyróżniony (z pozoru – patrz niżej) przez równania Maxwella musiałby być tym układem, względem którego prędkość światła wynosi c.

Według ówczesnych pojęć fale musiały rozchodzić się w jakimś ośrodku – i istnienie wyróżnionego układu odniesienia dla światła sugerowało, że ono też musi mieć swój ośrodek, który nazwano „eterem". Lata całe minęły fizykom na bezowocnych próbach wykrycia eteru – to znowu jest temat dla całej książki (która zresztą istnieje [18]).

Jedna z tych prób stała się kolejnym kamieniem milowym na drodze ku teorii względności. W 1881 r. Albert Abraham Michelson[4] spróbował zmierzyć prędkość ruchu Ziemi względem eteru [20–22] (bardziej znana jest inna praca, w której opisano udoskonaloną wersję tego samego eksperymentu, przeprowadzoną wspólnie z Edwardem Morleyem [24]). Rozumowanie, na którym opierał się eksperyment, było proste i może być objaśnione przez porównanie ze statkiem, który płynie po jeziorze po linii prostej ze stałą prędkością v. Wyobraźmy sobie, że do statku podpływa motorówka, poruszająca się z prędkością $c > v$ (prędkość statku i prędkość motorówki są oczywiście mierzone względem nieruchomej wody). Wyobraźmy sobie, że motorówka wykonuje następnie dwie operacje: 1) odpływa od statku wprost do tyłu na pewną odległość l, a potem wraca; 2) odpływa od statku na tę samą odległość l w kierunku prostopadłym do toru statku i podpływa doń z powrotem. Można łatwo obliczyć, że czas podróży motorówki tam i z powrotem wyniesie $t_1 = 2lc/(c^2 - v^2)$ w pierwszym wypadku i $t_2 = 2l/\sqrt{c^2 - v^2} < t_1$ w drugim wypadku. Podstawiając za c prędkość światła względem eteru oraz mierząc czasy t_1 oraz t_2 dla promienia świetlnego wysłanego w kierunku przeciwnym do prędkości orbitalnej Ziemi i odbitego od zwierciadła w odległości l oraz promienia wysłanego w kierunku prostopadłym do tej prędkości, można obliczyć v – prędkość Ziemi względem eteru. Ściśle mówiąc, w eksperymentach Michelsona chodziło nie tyle o zmierzenie tej prędkości (powinna przecież wyjść taka sama, jak prędkość ruchu Ziemi po orbicie), ile o jej w y k r y c i e tą metodą. Światło w doświadczeniu Michelsona poruszało się wzdłuż dwu prostopadłych do siebie ramion interferometru, przy czym raz jedno, raz drugie ramię było skierowane równolegle do prędkości orbitalnej Ziemi. Gdyby czas podróży sygnału świetlnego na tych dwu drogach był różny, to przy obrocie interferometru z jednej pozycji do drugiej prążki interferencyjne powinny przesunąć się w inne miejsce – i można łatwo obliczyć, o ile. Ale, w granicach błędu pomiaru, przesunięć nie było widać, choć aparatura była bardzo precyzyjna[5]...

Zwolennicy teorii eteru próbowali ją jeszcze ratować twierdząc, że Ziemia porywa ze sobą eter i w jej bliskim otoczeniu eter płynie przez przestrzeń razem z nią, tak jak woda przy burcie statku. Kolejny przełom był już jednak w drodze. W początku lat dziewięćdziesiątych XIX w. Hendrik Antoon Lorentz i George Francis FitzGerald wpadli niezależnie od siebie na ten sam pomysł: negatywny wynik doświadczeń Michelsona można objaśnić, jeśli założymy, że ramię interferometru leżące wzdłuż kierunku prędkości Ziemi ulega skróceniu względem swojej długości spoczynkowej L, i względem drugiego ramienia, o wielkość $\Delta L = Lv^2/(2c^2)$ [26,27,22] (jest to wynik przybliżony, dokładnie różnica długości wynosi $\Delta L/[1 + v^2/(2c^2)]$). Ten wynik stał się później częścią szczególnej teorii względności, a efekt do dziś jest nazywany skróceniem Lorentza lub poprawniej skróceniem Lorentza–FitzGeralda.

Ten sam Lorentz w 1904 r. opublikował drugą fundamentalną pracę, w której znalazł przekształcenie zmiennych niezmieniające postaci równań Maxwella [28,29]. Zauważył mianowicie, że przy przejściu do układu $\boldsymbol{O}' = \{x', y', z'\}$ poruszającego się z prędkością $\boldsymbol{v} = (v_1, v_2, v_3)$ względem układu $\boldsymbol{O} = \{x, y, z\}$ należy przekształcić nie tylko współrzędne przestrzenne $\{x_i\}$, ale także czas oraz pola elektryczne i magnetyczne, ładunek i prąd. Lorentz rozpatrywał w pracy [28] tylko szczególny przypadek tej transformacji, odpowiadający ruchowi układu $\boldsymbol{O}'$ względem $\boldsymbol{O}$ wzdłuż osi x, przy czym osie x i x' pokrywały się, zaś osie (y, y') i (z, z') były parami równoległe. Ściślej mówiąc, Lorentz nie podał wzorów na transformację gęstości ładunku ρ i prędkości $\boldsymbol{u}$ jego przemieszczania, ale dzisiejszy, odpowiednio przygotowany czytelnik może je sobie łatwo z jego pracy wywnioskować (wnioskowa-

[4] Michelson urodził się w Strzelnie w 1852 r. Gdy miał 2 lata, jego rodzice wyemigrowali razem z nim do USA [19]. Stał się potem pierwszym a m e r y k a ń s k i m laureatem Nagrody Nobla z fizyki. Ciekawe, co by z niego wyrosło, gdyby został w Polsce...

[5] To właśnie za skonstruowanie dokładnego interferometru Michelson dostał Nagrodę Nobla, a nie za utorowanie drogi do teorii względności; cytat z oficjalnego uzasadnienia decyzji [25]: „for his optical precision instruments and the research which he has carried out with their help in the fields of precision metrology and spectroscopy".

nie to jest utrudnione przez niefortunną, dość mylącą notację dla ρ' i $\boldsymbol{u}'$ użytą w pracy Lorentza). Wzory transformacyjne są również częścią teorii względności, a przekształcenie $(x, y, z, t) \to (x', y', z', t')$ do dziś nosi nazwę szczególnej transformacji Lorentza (ogólna transformacja Lorentza jest złożeniem transformacji szczególnej uogólnionej na dowolny kierunek ruchu $\boldsymbol{O}'$ względem $\boldsymbol{O}$ z dowolnym obrotem osi układu $\boldsymbol{O}'$ względem osi $\boldsymbol{O}$; wzory na nią można znaleźć w każdym dobrym podręczniku elektrodynamiki).

Teoria względności była tuż za rogiem. Trzeba było „tylko” fakty doświadczalne i założenia dobierane *ad hoc* dla ich objaśnienia powiązać w jedną logiczną całość. Pewien skromny referent w berneńskim urzędzie patentowym już nad tym pracował.

4. Szczególna teoria względności

Po latach trudno jest ustalić, kto co wiedział, gdy przystępował do pracy, zwłaszcza że wydarzenia następowały w krótkich odstępach czasu. Przez pewien czas rozpowszechniany był pogląd, że Einstein nie znał negatywnego wyniku pomiarów Michelsona, gdy spisywał do publikacji swoją pierwszą wielką[6] pracę „O elektrodynamice ciał w ruchu” [30,31]. Niezależnie od tego, co i kiedy Einstein wiedział, praca [30] była kolejnym odkryciem najwyższej klasy w historii fizyki.

Tym wielkim pomysłem, który połączył luźne elementy mozaiki w jeden obraz, były dwa założenia. Pierwsze Einstein nazwał z a s a d ą w z g l ę d n o ś c i: prawa elektrodynamiki i optyki są takie same we wszystkich układach odniesienia, w których prawdziwe są prawa mechaniki (a według popularniejszej dzisiaj terminologii – prawa elektrodynamiki i optyki są takie same we wszystkich układach inercjalnych). Drugim założeniem było, że prędkość światła w próżni zawsze wynosi c, niezależnie od stanu ruchu ciała je emitującego.

Z tych dwu założeń Einstein wyprowadził wniosek, że współrzędne przestrzenne i czasowe w układzie stacjonarnym K i układzie k poruszającym się tak samo, jak w opisanym wcześniej rozumowaniu Lorentza, muszą być powiązane transformacją Lorentza. Wykazał też, że prędkość światła zmierzona w układzie k będzie taka sama, jak w układzie K, tzn. że jeśli w układzie K punkty czoła kulistej fali świetlnej, wyemitowanej z punktu $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ w chwili $t = 0$, spełniają równanie

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2, \tag{4.1}$$

to w układzie k, w którym punkt i czas emisji były $(x', y', z', t') = (0, 0, 0, 0)$, spełnione będą równania

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2. \tag{4.2}$$

Oznaczało to, że zasada względności jest zgodna z założeniem stałości prędkości światła.

Dalej Einstein wyprowadził wniosek, że zegary w układzie ruchomym muszą spóźniać się względem zegarów spoczywających. Wyprowadził też wzór na składanie prędkości i pokazał, że składanie prędkości mniejszych niż c nigdy nie da prędkości większej niż c oraz że prędkość równa c w jednym układzie będzie równa c w każdym innym układzie, poruszającym się ze stałą prędkością względem pierwszego. W drugiej części pracy wykazał, że z zasady względności i założenia o stałości c wynikają wzory Lorentza dla pola elektrycznego i magnetycznego oraz dla transformacji ładunków i stwierdził, że rozróżnienie między polem elektrycznym i magnetycznym nie jest absolutne, lecz zależy od stanu ruchu obserwatora. Wyprowadził też wzory opisujące zjawisko Dopplera dla fal elektromagnetycznych i transformację energii promieniowania przy przejściu do ruchomego układu odniesienia.

W skróconym opisie te wszystkie wyniki mogą robić wrażenie tajemniczych i magicznych. W rzeczywistości prace Einsteina są dość łatwe w czytaniu i, z wyjątkiem nielicznych odniesień do tematów dziś już nieaktualnych, nadają się do lektury dla każdego, kto przeszedł kurs mechaniki i elektrodynamiki. W tych dawnych czasach autorzy prac naukowych dokładali jeszcze starań, aby ich teksty były nie tylko odkrywcze, ale też ciekawe i w miarę łatwe do zrozumienia... W pracach Einsteina nie ma rewolucyjnego burzycielstwa, które przypisują mu do dziś niektórzy entuzjaści burzenia. Jak napisano na wstępie, Einstein niczego nie obalił, tylko znaną przed nim fizykę uzupełnił bardzo elegancką i pouczającą nową konstrukcją, rozwiązującą kilka zidentyfikowanych wcześniej problemów.

Musimy tu wspomnieć o jeszcze jednej pracy Einsteina z 1905 r., opublikowanej w tym samym tomie *Annalen der Physik* [32,33], w której na 3 stronach druku wyprowadził on sławny dziś wzór $E = mc^2$. Sam autor nazwał go „bardzo interesującą konkluzją” i przedstawił w formie nieco innej niż ta powielana do znudzenia, ostatnio nawet w reklamach i na plakatach filmowych: „Jeśli ciało wydziela energię L w postaci promieniowania, to jego masa zmniejsza się o L/c^2”. W następnym zdaniu Einstein stwierdził, że założenie, iż energia odebrana ciału ma postać promieniowania,

[6] Wielką w sensie wpływu na naukę; nie jest ona wcale długa – ma 29 stron. Na korzyść wspomnianej teorii historycznej może świadczyć brak cytowań w [30]; praca ta nie zawiera ż a d n y c h odsyłaczy do wcześniejszej literatury. Z drugiej jednak strony praca Einsteina zawiera następujące zdanie: „bezowocne próby wykrycia jakiegokolwiek ruchu Ziemi względem »ośrodka świetlnego« sugerują, że zjawiska elektrodynamiki i mechaniki nie wykazują właściwości odpowiadających idei absolutnego spoczynku”. To z kolei świadczyłoby, że o wynikach Michelsona wiedział. Na s. 40 pracy [23] pisze też: „W zgodzie z doświadczeniem zakładamy następnie, że wielkość $2AB/(t'_A - t_A) = c$ jest stałą uniwersalną – prędkością światła w pustej przestrzeni”. Natomiast redaktor tomu [23], Arnold Sommerfeld, zaświadcza w przypisie na s. 38, że Einstein nie znał drugiej z cytowanych wcześniej prac Lorentza.

nie może być istotne, i wobec tego „otrzymujemy ogólniejszy wniosek, że:

Masa ciała jest miarą energii, którą ono zawiera; jeśli energia zmienia się o L, to masa zmienia się w tym samym kierunku o $L/9 \cdot 10^{20}$, gdzie energię mierzymy w ergach, a masę w gramach".

Wynik ten był rozwinięciem wzoru, uzyskanego w pracy [30], na zmianę energii fali świetlnej przy przejściu do ruchomego układu odniesienia.

W zakończeniu pracy Einstein wysunął sugestię, którą warto zacytować, ponieważ daje wgląd w realia tamtej epoki: „Nie jest niemożliwe, że za pomocą ciał, których zawartość energetyczna jest w dużym stopniu zmienna (np. za pomocą soli radowych), obecna teoria może być skutecznie poddana sprawdzeniu".

5. Intermedium – teoria względności wprowadza nową geometrię

Przez krótki czas po sformułowaniu szczególnej teorii względności wydawało się, że większość zagadkowych problemów fizyki została już rozwiązana. W rzeczywistości okazało się, że Einstein odkrył nową kopalnię ciekawych problemów i wskutek tego odkrycia teoria zaczęła wyprzedzać doświadczenie (i nie wyzbyła się tej skłonności do dzisiaj).

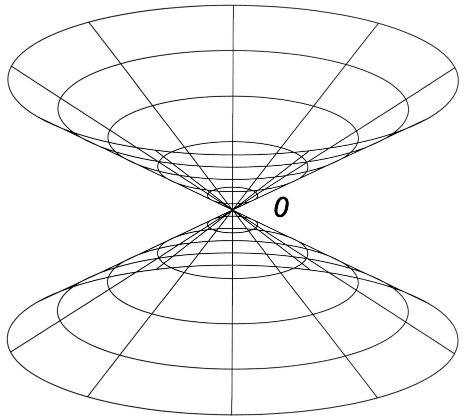
Pierwszy chodnik w tej nowej kopalni wydrążył Hermann Minkowski, niemiecki matematyk urodzony w Rosji [34,35]. Zauważył on mianowicie, że transformacje Lorentza nie tylko zachowują bez zmiany równanie propagacji światła (4.1), ale zachowują wartość wyrażenia

$$(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2, \quad (5.1)$$

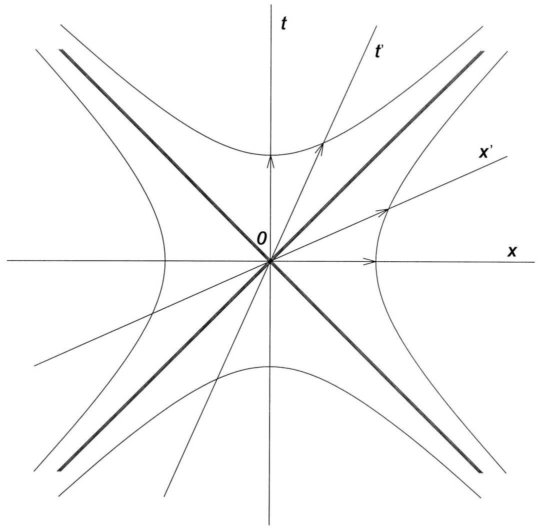
gdzie (t, x, y, z) oraz $(t+\Delta t, x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)$ są odpowiednio współrzędnymi czasowymi i przestrzennymi dwu różnych zdarzeń. W geometrii Euklidesa przestrzeń jest niezmiennicza względem obrotów, obroty zaś nie zmieniają odległości punktów o współrzędnych (x, y, z) i $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$, wyrażającej się wzorem

$$L^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2. \quad (5.2)$$

Z podobieństwa wzorów (5.1) i (5.2) i ze wspomnianej wyżej obserwacji Minkowski wywnioskował, że szczególna teoria względności jest geometrią przestrzeni nowego rodzaju, którą dziś nazywamy czasoprzestrzenią Minkowskiego (Minkowski zaproponował nazwę „świat", ale wyszła ona z użycia; nazwisko Minkowskiego w nazwie nie jest tylko pomnikiem – dziś znamy wielką liczbę innych czasoprzestrzeni, więc trzeba było je jakoś ponazywać). To nowe spojrzenie na postulat niezależności prędkości światła od ruchu obserwatora inercjalnego i na transformacje Lorentza okazało się bardzo bogate w konsekwencje, z których wiele zauważył sam Minkowski. Równanie $(\Delta s)^2 = 0$ jest równaniem powierzchni (3-wymiarowej!) stożka w nowej (4-wymiarowej) przestrzeni; promienie świetlne poruszają się w czasoprzestrzeni po powierzchni tego stożka. Stożek taki istnieje dla każdego zdarzenia O w czasoprzestrzeni (rys. 3 i 4); wnętrze stożka powyżej wierzchołka O to te zdarzenia, do których obserwator może z O dotrzeć, poruszając



Rys. 3. Stożek świetlny w czasoprzestrzeni Minkowskiego. Oś czasu biegnie pionowo do góry, osie przestrzenne x i y leżą w płaszczyźnie poziomej, prostopadłej do osi czasu. Promienie świetlne wysłane lub odebrane w zdarzeniu reprezentowanym przez wierzchołek stożka O poruszają się wzdłuż tworzących stożka; tory ruchów ciał materialnych muszą w każdym punkcie mieć styczne nachylone do osi stożka pod mniejszym kątem niż tworzące.



Rys. 4. Przekrój przez stożek z rys. 3 płaszczyzną $y = 0$. Tworzące stożka zaznaczono grubszymi liniami. Zaznaczono też osie wyjściowego układu inercjalnego (t, x) i osie układu poruszającego się (t', x'), związanego z (t, x) transformacją Lorentza. Poziome hiperbole wyznaczają jednostkę czasu na każdej osi czasu, pionowe – jednostkę odległości na każdej osi przestrzennej. Jednostkowe czasy i odległości zaznaczono strzałkami. Oryginalna praca Minkowskiego zawiera większość informacji o geometrii czasoprzestrzeni podawanych dzisiaj przez podręczniki.

się z prędkością mniejszą od c, wnętrze stożka poniżej punktu O – to te zdarzenia, z których obserwatorzy mogą dotrzeć do O, poruszając się z prędkością mniejszą niż c. Po transformacji Lorentza osie nowego układu inercjalnego (t', x') są ustawione względem osi starego układu tak, jak pokazano na rys. 4. Każde ze zdarzeń leżących na zewnątrz stożka może więc, przez dobór odpowiedniego ruchomego układu odniesienia, stać się równoczesne ze zdarzeniem O. Tangens kąta rozwarcia stożka jest równy c. Jeśli więc potraktujemy prędkość światła jak swobodny parametr, to w granicy $c \to \infty$ stożek rozszerza się i kładzie na płaszczyźnie $t = 0$, czasoprzestrzeń zostaje w tej granicy podzielona na dwie połowy – przyszłość i przeszłość zdarzenia O, i dostajemy z powrotem newtonowskie pojęcie absolutnej równoczesności.

Komentarz niehistoryczny: Stożek świetlny wygląda tak, jak na rys. 3 i 4, tylko wtedy, gdy odległości przestrzenne i czas mierzymy w tych samych jednostkach, np. w centymetrach. Ile to jest „centymetr czasu"? To czas, jakiego potrzebuje światło na pokonanie drogi 1 cm, czyli ok. $3{,}3 \cdot 10^{-11}$ s. Gdyby mierzyć odległość w centymetrach, a czas w sekundach, i dla sekundy oraz centymetra przyjąć taki sam odcinek na każdej osi, to stożek świetlny byłby rozwarty tak szeroko, że w skali rysunku wcale nie zauważylibyśmy, że nie pokrywa się on z płaszczyzną $t = 0$. Właśnie dlatego teoria Newtona tak dobrze działa we wszystkich sytuacjach, w których prędkości obiektów są małe w porównaniu z c.

Minkowski wykazał też, że skrócenie Lorentza i spóźnianie się zegarów w ruchu, przewidziane przez Einsteina, dają się objaśnić jako proste relacje geometryczne między czasami i odległościami mierzonymi w dwu różnych układach odniesienia w czasoprzestrzeni. Pokazał także, że jego czasoprzestrzeń jest naturalną areną dla równań elektrodynamiki, które przy takiej interpretacji nabierają jasności i stają się łatwiej zrozumiałe.

Minkowski nie żył długo – umarł po roku od wygłoszenia swojego wykładu [34], w wieku 45 lat, i nie mógł wziąć udziału w dalszym rozwoju swoich idei. Stały się one nowym natchnieniem dla Einsteina. Zadał on sobie pytanie: gdzie w tym schemacie mieszczą się oddziaływania grawitacyjne? Jego dotychczasowe rozważania o mechanice i elektrodynamice dotyczyły abstrakcyjnej przestrzeni, w której pola grawitacyjnego nie ma wcale, ale przecież w rzeczywistości pole to jest obecne wszędzie. Pomysł, jak uwzględnić pole grawitacyjne, był całkiem nowy i niezwykły. Einstein zauważył, że pole grawitacyjne można symulować za pomocą przyspieszeń. Wyrażenie (5.1) nazywane f o r m ą m e t r y c z n ą nie zmienia swojej postaci przy transformacjach Lorentza, które odpowiadają przejściu do układu poruszającego się względem pierwotnego ruchem jednostajnym. Gdyby przejść do układu poruszającego się z dowolnym przyspieszeniem, tzn. takiego, w którym nowe współrzędne (t', x', y', z') są dowolnymi funkcjami starych współrzędnych (t, x, y, z), to współczynniki formy metrycznej (5.1) zmieniłyby swoją postać – nie byłyby już stałe. Ich niestałość byłaby skutkiem przyspieszeń układu odniesienia, ale w takim razie taki sam powinien być skutek pola grawitacyjnego – w czasoprzestrzeni z polem grawitacyjnym współczynniki $\Delta x_i \Delta x_j$ powinny być funkcjami współrzędnych. Różnica między czasoprzestrzenią Minkowskiego, gdzie pola grawitacyjnego nie ma, a ogólną czasoprzestrzenią z polem grawitacyjnym byłaby taka, że w czasoprzestrzeni Minkowskiego istnieją specjalne współrzędne, w których forma metryczna przybiera postać (5.1), a w ogólnej czasoprzestrzeni one nie istnieją. Czasoprzestrzeń Minkowskiego była odpowiednikiem płaskiej przestrzeni Euklidesa. Zatem ogólna czasoprzestrzeń powinna być zakrzywiona i właśnie to zakrzywienie widzimy jako pole grawitacyjne (streszczone tu w wielkim skrócie rozumowanie Einsteina zostało przedstawione w pracy [36]).

Jeszcze dziś pomysł Einsteina wydaje się zdumiewający dla każdego, kto o nim słyszy pierwszy raz. W tamtych czasach, przed rokiem 1910, fizycy nie rozumieli, co to znaczy, że przestrzeń Euklidesa jest płaska, chociaż grupka matematyków pracowała nad odpowiednim uogólnieniem geometrii euklidesowej już od ok. 50 lat. Twórca podstaw tej nowej geometrii, Bernhard Riemann, umarł (przedwcześnie, w wieku 40 lat) w 1866 r., na 13 lat przed narodzinami Einsteina, a swoje podstawowe idee przedstawił w wykładzie habilitacyjnym[7] w roku 1854. Pomysł Riemanna polegał, w bardzo dużym uproszczeniu, na tym, żeby wzór Pitagorasa (5.2) zastąpić ogólną formą kwadratową w dowolnie dużej liczbie zmiennych:

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{d}s)^2 = {} & g_{11}(x_1, \ldots, x_n)(\mathrm{d}x_1)^2 \\
& + g_{12}(x_1, \ldots, x_n)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 + \ldots \\
& + g_{nn}(x_1, \ldots, x_n)(\mathrm{d}x_n)^2,
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

w której współczynniki są funkcjami punktu. Wielkość $\mathrm{d}s$ jest odległością między punktami o współrzędnych $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ oraz $(x_1 + \mathrm{d}x_1, x_2 + \mathrm{d}x_2, \ldots, x_n + \mathrm{d}x_n)$ (wyrażenie dla $\mathrm{d}s$ ma sens tylko pod całką, ale taki sposób definiowania tensora metrycznego g_{ij} przyjął się powszechnie jako bardziej czytelny od zapisu macierzowego). W 1908 r. geometria Riemanna (a właściwie „geometrie Riemanna", ponieważ jest ich nieskończenie wiele) była już dość zaawansowanym działem matematyki. Mimo pewnych intuicyjnych przewidywań sformułowanych jeszcze przez Riemanna matematycy nie wiedzieli, że geometrie te mogą mieć cokolwiek wspólnego z rzeczywistością fizyczną, a fizycy nie wiedzieli o geometrii Riemanna. Skojarzenie geometrii Riemanna z teorią grawitacji było kolejnym sukcesem

[7] Wykład ten nie był wcale oparty na jego rozprawie habilitacyjnej. Głównym tematem rozprawy było przedstawianie funkcji przez szeregi trygonometryczne, a jednym z jej wyników był inny klasyczny temat matematyczny: warunki, przy których funkcja jest, jak dziś mówimy, całkowalna w sensie Riemanna [37].

Einsteina, zdecydowanie największym ze wszystkich, i drugim już w jego życiu odkryciem o podstawowym znaczeniu dla całej fizyki.

6. Ogólna teoria względności, czyli teoria grawitacji

Pomysł polegający na zinterpretowaniu grawitacji jako krzywizny czasoprzestrzeni musiał być uzupełniony równaniami, które byłyby sensownym uogólnieniem prawa grawitacji Newtona. To zadanie okazało się dużo trudniejsze. Einstein postanowił nauczyć się geometrii Riemanna i poprosił o pomoc swojego kolegę ze studiów, matematyka Marcela Grossmana. Nauka trwała kilka lat, a w tym czasie Einstein publikował różne przemyślenia i częściowe wyniki. Jednym nich było obliczenie kąta ugięcia promieni świetlnych w polu grawitacyjnym. Pierwsza praca na ten temat pochodzi z 1907 r. [38], ale sam Einstein nie był zadowolony z jej wyniku, co przyznał w drugiej pracy, z 1911 r. [39]. Metoda, którą zastosował, była inna niż opisana wcześniej metoda Soldnera, ale wynik ten sam – (2.13), czyli nadal nieprawidłowy. Metoda ta zasługuje mimo to na uwagę, bo jest pouczająca. Einstein wykazał najpierw, że prędkość światła w polu grawitacyjnym nie jest stała, lecz związana z potencjałem grawitacyjnym zależnością

$$c = c_0(1 + \Phi/c_0^2), \tag{6.1}$$

gdzie c_0 jest prędkością światła mierzoną poza obszarem działania pola grawitacyjnego, a Φ jest potencjałem grawitacyjnym[8]. Z tego wzoru i z rysunku pokazującego rozchodzenie się fal w przestrzeni Einstein wywnioskował, jak zmienia się kierunek propagacji fali przy przemieszczaniu się przez pole grawitacyjne i jaki będzie całkowity kąt ugięcia. Sam zaproponował też metodę pomiaru tego efektu, która rzeczywiście została później użyta: podczas całkowitego zaćmienia Słońca należy zmierzyć położenia na niebie gwiazd widocznych blisko tarczy Słońca (i porównać je z położeniami tych samych gwiazd kilka miesięcy później – tego już Einstein nie musiał pisać).

W tej samej pracy Einstein uzyskał inny klasyczny (i poprawny) rezultat, będący wnioskiem z równoważności masy i energii: promieniowanie o częstości ν_2, wyemitowane w polu grawitacyjnym o natężeniu Φ, dotrze do obserwatora „w nieskończoności" (a więc w obszarze niemierzalnie słabego pola grawitacyjnego) z mniejszą częstością

$$\nu_1 = \nu_2(1 + \Phi/c^2) \tag{6.2}$$

(przypominamy, że potencjał pola grawitacyjnego jest wielkością ujemną). Jeśli obserwator mierzący częstość ν_1 jest też w polu grawitacyjnym, to za Φ należy podstawić różnicę potencjałów $\Phi_2 - \Phi_1$. Wynik ten został sprawdzony doświadczalnie znacznie później [40–42].

W swojej pracy nad teorią grawitacji Einstein nadal nie był osamotniony. Historię powstawania ogólnej teorii względności opisał dokładnie Jagdish Mehra [43]. Nie była to prosta droga, ani też nie było to zawsze przyjazne współdziałanie ludzi poszukujących prawdy. Był tam przynajmniej jeden nieprzyjazny konkurent, zawzięcie krytykujący Einsteina, ale równocześnie usiłujący (bez sukcesu) wyprzedzić go w ostatecznym sformułowaniu nowej teorii (po nazwiska i fakty odsyłam Czytelników do pracy [43]). Einstein mylił się kilkakrotnie i musiał potem wycofywać z opublikowanych już propozycji. Nie robił on żadnej tajemnicy ze swojego zamiaru i nie ukrywał osiągniętych pośrednich wyników – i w końcu spotkała go niemiła przygoda. Jego usiłowaniami zainteresował się jeden z najwybitniejszych matematyków wszystkich czasów, starszy odeń o kilkanaście lat David Hilbert. Einstein dążył do swojej teorii kierując się intuicją fizyczną i geometryczną. Hilbert wybrał drogę formalną – zażądał mianowicie, aby poszukiwane równania pola grawitacyjnego wynikały z zasady wariacyjnej, w której zmiennymi niezależnymi mają być współczynniki g_{ij} w formie metrycznej (5.3); aby były drugiego rzędu jako równania różniczkowe we współrzędnych; wreszcie żeby funkcjonał wariacyjny był skalarem. Z tych trzech aksjomatów, drogą dedukcji, doszedł samodzielnie i niezależnie do równań, nazywanych dziś równaniami Einsteina. Praca zajęła mu ok. 2 lat i, patrząc formalistycznie na daty, Hilbert wyprzedził Einsteina w ostatecznym sformułowaniu teorii względności. Einstein przedstawił swoją teorię podczas czterech kolejnych posiedzeń Pruskiej Akademii Nauk w Berlinie w dniach 4, 11, 18 i 25 listopada 1915 r., przy czym dopiero podczas ostatniego posiedzenia podał poprawny wynik końcowy. Hilbert przedstawił swój wynik na posiedzeniu Królewskiej Akademii Nauk[9] w Getyndze 20 listo-

[8] Pokutuje do dziś nieporozumienie związane ze „stałością prędkości światła". Wynosi ona ok. $3 \cdot 10^{10}$ cm/s w próżni w układzie inercjalnym (w lokalnym układzie inercjalnym, czyli spadającym swobodnie, w polu grawitacyjnym). Prędkość ta mierzona przez obserwatorów nieinercjalnych, a więc np. spoczywających w polu grawitacyjnym, może mieć inne wartości. Jak widać, sam Einstein wiedział o tym bardzo dobrze. Ta sama uwaga dotyczy obserwatorów obserwujących bardzo dalekie od nas obszary Wszechświata, gdzie materia oddala się od nas z dużą prędkością. Prędkość rozchodzenia się czoła fali świetlnej w takim dalekim obszarze, mierzona przez obserwatora na Ziemi, będzie większa od c dla promieni oddalających się od nas i mniejsza od c dla promieni biegnących ku nam, wskutek „pęcznienia przestrzeni" między nami i czołem fali. Jeśli Wszechświat rozszerza się odpowiednio szybko, a źródło światła jest odpowiednio daleko, to czoło skierowane do nas może nawet oddalać się od nas (czyli mieć ujemną prędkość „zbliżania się"). Stąd właśnie biorą się horyzonty kosmologiczne istniejące w niektórych modelach, oddzielające od nas obszary Wszechświata, z których światło nigdy do nas nie dotrze.

[9] Takimi sprawami zajmowano się wtedy podczas posiedzeń akademii nauk. A dziś?

pada 1915 r. [44]. Ta zabawa z datami nie powinna jednak nikogo zmylić. Wynik Hilberta był identyczny z wynikiem Einsteina, ale tylko w próżni – Hilbert nie zajmował się równaniami dla innych przypadków. Równania Einsteina obejmowały też pola grawitacyjne wewnątrz materii i w obecności pola elektromagnetycznego (zgodnie z tym, że każda energia ma swoją równoważną masę, a masy generują pola grawitacyjne – pole elektromagnetyczne też oddziałuje grawitacyjnie). Einstein pracował nad swoją teorią co najmniej od 1907 r. i wszyscy zainteresowani mogli śledzić jego postępy. Hilbert dołączył na finiszu, w roku 1913. Nie ma wątpliwości co do tego, że duchowym ojcem całego przedsięwzięcia i właściwym twórcą idei ogólnej teorii względności był Einstein, Hilbert zaś w tym przypadku był tylko niebezpiecznie inteligentnym uczniem (nie mówimy tu o innych, bardzo licznych sukcesach matematycznych Hilberta, które zapewniły mu nieśmiertelną i zasłużoną sławę niezależnie od jego roli w stworzeniu teorii względności). Sam Hilbert podobnie widział swoją rolę i nigdy nie zgłaszał pretensji do pierwszeństwa; w opublikowanej wersji swojej pracy cytował wyniki Einsteina i obydwaj panowie żyli w najlepszej zgodzie, publicznie wyrażając wzajemny szacunek i podziw [44]. Oryginalne prezentacje prac Einsteina i Hilberta zawierają poz. [45] i [46]; Einstein opublikował potem drugą wersję [36], w której jednak nie wszystkie wyniki pierwszej wersji są powtórzone.

Czytelnicy zauważyli już pewnie, że wykręcam się od napisania równań Einsteina. Robię to dlatego, że samo objaśnienie symboli mogłoby zająć kilka stron druku. Poprzestaniemy więc na ogólnikowym stwierdzeniu, że równania Einsteina są układem 10 równań różniczkowych cząstkowych 2. rzędu na 10 funkcji (współczynników formy metrycznej (5.3) w 4-wymiarowej czasoprzestrzeni) zależnych od 4 zmiennych (czasu i 3 współrzędnych przestrzennych). Wyrażenia różniczkowe zbudowane ze składowych formy metrycznej są przyrównane do zera – gdy szukamy rozwiązań w próżni – i do 10 składowych tensora energii–pędu, którego różne składowe przedstawiają gęstość energii materii (lub innych pól fizycznych, np. pola elektromagnetycznego), gęstość pędu i rozkład ciśnień/naprężeń. W granicy newtonowskiej, $c \to \infty$, jedno z tych równań przechodzi w równanie Poissona, a pozostałe są spełnione tożsamościowo, bo obie strony dążą do zera.

Praca [36] jest jeszcze dziś całkiem dobrym wprowadzeniem do podstaw geometrii Riemanna. Poza wykładem podstaw geometrii i wyprowadzeniem równań nazywanych dziś równaniami Einsteina zawiera ona też inne ważne wyniki formalne i fizyczne, m.in. stwierdzenie, że ciała poruszające się swobodnie w polu grawitacyjnym powinny poruszać się po liniach geodezyjnych w odpowiedniej przestrzeni Riemanna; dowód, że prawa zachowania energii i pędu są konsekwencją równań pola; uogólnienie równań Maxwella na przypadek krzywej czasoprzestrzeni i ich sformułowanie w języku tensorowym; dowód, że teoria grawitacji Newtona jest zawarta w teorii względności jako pierwsze przybliżenie; dowód, że zegar umieszczony w polu grawitacyjnym będzie się spóźniał względem zegara „w nieskończoności”; poprawny wzór na kąt ugięcia promienia świetlnego w polu grawitacyjnym; wreszcie wzór na „anomalię orbitalną” Merkurego. Ten ostatni wzór jest w pracy tylko zacytowany – wyprowadzenia znajdują się we wcześniejszej wersji [45] i w pracy Karla Schwarzschilda [47], w której autor znalazł pierwsze historycznie i do dziś najważniejsze ścisłe rozwiązanie równań Einsteina, odpowiadające sferycznie symetrycznemu polu grawitacyjnemu w próżni.

7. Co było potem?

To nie jest koniec historii teorii względności. Wiele ważnych wyników dodali do niej późniejsi badacze. Poprawiono niejasne miejsca i usterki wywodów Einsteina. Dzięki teorii względności naprawiono kilka nieprawidłowych, choć rozpowszechnionych wyobrażeń o świecie i (zwłaszcza) Wszechświecie. Okazało się np., że z teorii względności w y n i k a, iż Wszechświat nie może być statyczny – musi się rozszerzać albo zapadać[10]. Ten wynik wydał się samemu Einsteinowi tak niewiarygodny, że początkowo zmodyfikował on swoje równania przez wprowadzenie s t a ł e j k o s m o l o g i c z n e j, tak aby dopuszczały statyczny model Wszechświata. Około 10 lat później Hubble odkrył[11], że Wszechświat naprawdę się rozszerza [49]. Po długiej i burzliwej kontrowersji zostało powszechnie zaakceptowane, że według teorii Einsteina fale grawitacyjne mogą, a prawdopodobnie nawet muszą istnieć – trwają właśnie wielkie i monumentalnie kosztowne przygotowania do ich wykrycia. Podobna była historia czarnych dziur – najpierw wyprowadzono z teorii względności wniosek, że m o g ą one istnieć, potem astrofizyka dostarczyła argumentów, że właściwie są one niezbędne do wyjaśnienia pewnych zjawisk, i dziś w środowisku astronomicznym przeważa opinia, że wiele czarnych dziur już zaobserwowano. Uzyskano wielką liczbę ścisłych i przybliżonych rozwiązań równań Einsteina i na ich podstawie opisano

[10] Dopiero 20 lat po Einsteinie E.A. Milne i W.H. McCrea pokazali, że taki sam wniosek wynika też z teorii Newtona [48]. Aż do 1928 r. wszyscy w i e d z i e l i, że Wszechświat jest statyczny, więc nikt nie zadał sobie pytania, czy może się rozszerzać. Autorzy stwierdzili z gorzką ironią, że gdyby nie ten dogmatyzm, wyniki kosmologii teoretycznej początku XX w. mogłyby zostać uzyskane przynajmniej o 200 lat wcześniej, ponieważ już wtedy znane były wszystkie metody matematyczne potrzebne do tego rachunku.

[11] Nawiasem mówiąc, Hubble do końca życia nie wierzył, że Wszechświat się rozszerza [50]. Uważał, że przeliczanie przesunięcia widm galaktyk ku czerwieni na prędkości ruchu według wzoru Dopplera jest tylko wygodną metodą rachunkową.

wiele nieznanych dawniej własności fizycznych i geometrycznych różnych obiektów astronomicznych. Uściślono i uproszczono koncepcyjnie podstawy matematyczne teorii względności – dziś już jest ona wykładana w inny sposób, niż przez samego Einsteina. Pewne problemy tylko intuicyjnie rozumiane w czasach Einsteina uzyskały operacyjne rozwiązania. Na przykład, wszystkie formy metryczne otrzymane z formy wyjściowej przez transformacje współrzędnych są równoważne w sensie geometrycznym. Przypuśćmy, że dwaj autorzy z różnych rozważań wyprowadzili dwie różne formy metryczne. Jak stwierdzić, czy są one istotnie różne, czy też każda z nich może być otrzymana z drugiej przez transformację współrzędnych? W czasach Einsteina żadna niezawodna metoda szukania odpowiedzi na to pytanie nie była znana. Dziś pytanie to daje się rozstrzygnąć w wielu, choć nie we wszystkich przypadkach. Teoria względności weszła nawet do techniki, i to wojskowej – jak można dowiedzieć się np. z artykułów Neila Ashby'ego [51,52]; gdyby pominąć poprawki relatywistyczne, system nawigacyjny GPS nie mógłby działać. Zaniedbanie wpływu pola grawitacyjnego na upływ czasu spowodowałoby już po 24 godzinach błąd w określeniu położenia wynoszący 18 km.

Wielu autorów próbowało teorię względności zastąpić inną albo uogólnić. Obecna sytuacja jest taka, że dopuszczalne (przez wyniki doświadczeń i obserwacji astronomicznych) uogólnienia różnią się w swoich przewidywaniach od teorii względności tak mało, że nie „opłaca się" ich stosować (podobnie, jak „nie opłaca się" stosować teorii względności w inżynierii). Teorie, które były alternatywne dla teorii względności, zostały przez doświadczenie wyeliminowane. Ale – musimy przypomnieć ostrzeżenie ze wstępu do niniejszego artykułu – teoria względności jest też tymczasowa i kiedyś trzeba będzie zastąpić ją teorią dokładniejszą.

Literatura

[1] P. Schneider, J. Ehlers, E.E. Falco, *Gravitational lenses* (Springer, Berlin 1992), s. 1.

[2] J. Michell, *Trans. Roy. Soc. London* **74**, 35 (1784); przedruk w: *Black holes: selected reprints*, red. S. Detweiler (Am. Assoc. of Physics Teachers, Stony Brook, N.Y. 1982), przytoczone za pracą [1].

[3] C.M. Will, *Am. J. Phys.* **56**, 413 (1988), przytoczone za pracą [1].

[4] P.S. Laplace, *Exposition du système du monde* (1795), przytoczone za pracą [1].

[5] J. Soldner, *Berliner Astronomisches Jahrbuch 1804*, s. 161, przytoczone za pracą [1].

[6] C.M. Will, *Theory and experiment in gravitational physics* (Cambridge University Press, 1981).

[7] K. Lang, *Astrophysical formulae* (Springer, Berlin 1974), s. 579.

[8] U.J. Le Verrier, *Ann. de l'Obs. de Paris* **5**, 104 (1859), przytoczone za pracą [9].

[9] R.H. Dicke, *The theoretical significance of experimental relativity* (Gordon and Breach, New York 1964).

[10] S. Newcomb, *The elements of the four inner planets* (Government Printing Office, Washington, D.C. 1895), przytoczone za pracą [9].

[11] S. Newcomb, *Suppl. Amer. Ephem. and Nautical Almanac 1895*, przytoczone za pracą [9].

[12] R.H. Dicke, „The rotation of the Sun", w: *Stellar rotation*, red. A. Slettebak (D. Reidel, Dordrecht 1970).

[13] J.C. Maxwell, *Phil. Mag.* **21**, 161, 281, 338 (1861).

[14] J.C. Maxwell, *Phil. Mag.* **22**, 12, 85 (1862).

[15] J.C. Maxwell, *Phil. Trans. Roy. Soc.* **155**, 459 (1865).

[16] J.C. Maxwell, *Phil. Trans. Roy. Soc.* **158**, 643 (1868).

[17] J.C. Maxwell, *Treatise on electricity and magnetism* (1873).

[18] E.T. Whittaker, *History of the theories of aether and electricity* (Thomas Nelson and Sons Ltd, London 1951).

[19] B. Jaffe, *Albert Michelson*, tłum. Z. Zinserling (Wiedza Powszechna, Warszawa 1964).

[20] A.A. Michelson, *Am. J. Sci.* **22**, 120 (1881), przytoczone za pracą [22].

[21] H.A. Lorentz, *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern* (Leiden 1895), sec. 89–92, przytoczone za pracą [22].

[22] H.A. Lorentz, w pracy [23], s. 3–8.

[23] A. Einstein, H.A. Lorentz, H. Weyl, H. Minkowski, *The principle of relativity. A collection of original papers on the special and general theory of relativity* (Dover Publications, 1923).

[24] A.A. Michelson, E.W. Morley, *Am. J. Sci.* **34**, 333 (1887), przytoczone za pracą [22].

[25] *Nobel Lectures – Physics 1901–1921* (Elsevier Publ. Co., Amsterdam, London, New York 1967), s. 157; http://almaz.com/nobel/physics/1907a.html.

[26] H.A. Lorentz, *Zitingsverlagen der Akad. van Wetenschappen Amsterdam* (1892–93), s. 74, przytoczone za pracą [22].

[27] O.J. Lodge, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **184A** (1893), przytoczone za pracą [22]. Lorentz pisze, że znalazł tylko ten jeden opublikowany tekst, chociaż FitzGerald przedstawiał tę hipotezę od dłuższego czasu w swoich wykładach.

[28] H.A. Lorentz, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **6** (1904), przytoczone za pracą [29].

[29] H.A. Lorentz, przedruk pracy [28] w pracy [23], s. 9–34.

[30] A. Einstein, *Ann. Physik* **17**, 891 (1905), przytoczone za pracą [31].

[31] A. Einstein, przedruk pracy [30] w pracy [23], s. 37–65.

[32] A. Einstein, *Ann. Physik* **17** (1905), przytoczone za pracą [33].

[33] A. Einstein, przedruk pracy [32] w pracy [23], s. 69–71.

[34] H. Minkowski, zapis przemówienia wygłoszonego podczas 80. Spotkania Niemieckich Przyrodników i Lekarzy w Kolonii, 21 września 1908 r., przytoczone za pracą [35].

[35] H. Minkowski, przedruk pracy [34] w pracy [23], s. 73–91; patrz też komentarze A. Sommerfelda, tamże, s. 92–96.

[36] A. Einstein, *Ann. Physik* **49**, 769 (1916), przedruk w pracy [23], s. 109–64, przytoczone za pracą [43].

[37] www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians /Riemann.html.

[38] A. Einstein, *Jahrb. f. Radioakt. und Elektronik* **4** (1907), przytoczone za pracą [23], s. 99.

[39] A. Einstein, *Ann. Physik* **35** (1911), przytoczone za pracą [23], przedruk tamże s. 97–108.

[40] R.V. Pound, G.A. Rebka, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 337 (1960).

[41] R.V. Pound, J.L. Snider, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 539 (1964).

[42] R.V. Pound, J.L. Snider, *Phys. Rev. B* **140**, 788 (1965).
[43] J. Mehra, *Einstein, Hilbert and the theory of gravitation* (D. Reidel, Dordrecht 1974).
[44] Praca [43], s. 25.
[45] A. Einstein, *Sitzber. Preuss. Akad. Wiss.* (1915), s. 844, przytoczone za pracą [43].
[46] D. Hilbert, *Nachr. Königl. Gesell. f. Wiss. Göttingen* (1915), s. 395, przytoczone za pracą [43].
[47] K. Schwarzschild, *Sitzber. Preuss. Akad. Wiss.* (1915), s. 189, przytoczone za pracą [23], s. 164.
[48] E.A. Milne, *Quart. J. Math. Oxford* **5**, 64 (1934); W.H. McCrea, E.A. Milne, *Quart. J. Math. Oxford* **5**, 73 (1934); przedruk w *Gen. Rel. Grav.* **32**, 1939, 1949 (2000).
[49] E.P. Hubble, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **15**, 169 (1929).
[50] A. Krasiński, G.F.R. Ellis, *Gen. Rel. Grav.* **31**, 1985 (1999).
[51] N. Ashby, w: *Gravitation and Relativity at the turn of the Millenium. Proceedings of the 15th International Conference on General Relativity and Gravitation*, red. N. Dadhich, J.V. Narlikar (Inter-University Centre for Astronomy and Astrophysics, Pune, India 1998), s. 231–58 (ISBN 81-900378-3-8).
[52] N. Ashby, *Mercury* **25**, zesz. 3, 23 (1996).

SPROSTOWANIE

Do artykułu Andrzeja Krasińskiego „Jak powstawała teoria względności" (*Postępy Fizyki* **55**, zesz. 3, 95 (2003)) wkradł się błąd. Dokładny wzór na skrócenie Lorentza–FitzGeralda jest następujący:

$$\Delta L = L\left(1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}\right).$$