POSTĘPY FIZYKI – TOM 42 – ZESZYT 1 – 1991

RECENZJE

Michał Heller, **Teoretyczne podstawy kosmologii**, PWN, Warszawa 1988, str. 196, nakład 1.700 egz., cena zł. 360.-

Myślę, że każdy autor tekstu naukowego lub popularnonaukowego przed przystąpieniem do pracy nad swoim dziełem powinien odpowiedzieć sobie na następujące dwa pytania: 1. Jakiego poziomu wiedzy oczekuje od przyszłego czytelnika? 2. Z jakim poziomem wiedzy zamierza pozostawić czytelnika, który pracę przeczyta?

Nie potrafię zgadnąć, jak sobie na te pytania odpowiedział prof. Heller. Książka jest za trudna na to, aby mogła służyć jako podręcznik geometrii różniczkowej i teorii grawitacji komuś kto tych dyscyplin nie zna, nawet jeśli posiada wymagane przygotowanie wstępne z analizy matematycznej oraz teorii grup i algebr Liego. Z kolei czytelnik, który zna geometrię różniczkową i teorię grawitacji w miarę biegle, po przeczytaniu książki pozostanie na poziomie wiedzy zbliżonym do tego, który posiadał przedtem. Książka ta jest bowiem streszczeniem wiedzy zebranej z ważniejszych prac oryginalnych i podręczników i nie oferuje syntetycznego nowego spojrzenia na całość materiału ani nowego ujęcia szczegółów. Wypowiadam tę nieprzychylną opinię z wielką przykrością, ponieważ bardzo szanuję tę część dotychczasowego dorobku naukowego i popularnonaukowego prof. Hellera, z którą zdołałem się zapoznać (imponująco obszerną i ciągle rosnącą całość mam nadzieje poznać w przyszłości) i zawsze podziwiałem jego talent dydaktyczny. Autor z pewnością poradziłby sobie i z tym tematem, ale musiałby zdecydować się na dzieło o znacznie większej objętości.

Kosmologia rozumiana jest przez Autora bardzo szeroko. Zalicza on do kosmologii wszelkie teorie fizyczne i matematyczne, które wypowiadają twierdzenia o czasoprzestrzeni. Kolejne rozdziały omawiają geometrię rozmaitości różniczkowych, geometrię rozmaitości z metryką, geometrię wiązek włóknistych (z zastosowaniem do teorii pól cechowania), ogólną teorię względności w języku wiązki reperów nad czasoprzestrzenią, podstawy filozoficzne kosmologii relatywistycznej oraz ogólne własności geometryczne i fizyczne standardowego modelu Wszechświata. W osobnym dodatku przedyskutowane są, z punktu widzenia teorii wiązek włóknistych, modele czasoprzestrzeni "obowiązujące" w różnych epokach historycznych – od Arystotelesa przez Newtona do Einsteina.

Główną przyczyną trudności, jakie tekst prof. Hellera prawdopodobnie sprawi nowicjuszom, jest posługiwanie się bardzo zaawansowanymi pojęciami matematycznymi, których znajomość Autor albo zakłada u czytelnika, albo też definiuje je bardzo zwięźle i przechodzi do dalszych konstrukcji, zakładając jakby, że sama definicja wytworzy u czytelnika całą wiedzę, jaką studenci tradycyjnych kursów zdobywają po rozważeniu szeregu przykładów i wykonaniu serii ćwiczeń. Autor ostrzega uczciwie, że do opanowania geometrii różniczkowej potrzebne będą dalsze lektury. Wydaje mi się jednak, że skondensowanie

wiedzy jest tu zbyt wielkie, aby mogło być strawne dla kogoś, kto próbuje przyswoić ją sobie po raz pierwszy.

Innym skutkiem nadmiernego, moim zdaniem, nacisku położonego na małą objętość tekstu są skróty myślowe prowadzące do niejasności czy przejęzyczeń. Zaawansowany czytelnik przeskoczy przez nie bez kłopotu, lecz mniej zaawansowany może zostać wprowadzony w błąd. Dlatego dobrze byłoby poprawić je przed ewentualnym następnym wydaniem. Poniższa lista pomija (nieliczne) oczywiste pomyłki i błędy drukarskie:

s. **13** – "Własności wyrażone w definicji przestrzeni Banacha zapewniają, że (...) jest ona obiektem (...) eliminującym sytuacje patologiczne (...)". Definicja ta selekcjonuje po prostu pewne aspekty możliwych geometrii w celu zbadania ich konsekwencji. Nie ma podstaw do stwierdzenia, że przestrzenie nie posiadające własności przestrzeni Banacha są patologiczne. Są nimi n.p. przestrzeń Minkowskiego oraz wszystkie rozmaitości rozważane w ogólnej teorii względności.

s. **22** – "Whitney (1936) udowodnił również, że każda n-wymiarowa rozmaitość jest dyfeomorficzna z pewnym podzbiorem przestrzeni $\mathcal{R}^m$, przy czym $n \leq 2m+1$". Wspomniane tu twierdzenie Whitneya mówi, że każda rozmaitość klasy C^r o wymiarze m jest homeomorficzna klasy C^r z analityczną rozmaitością w przestrzeni euklidesowej o wymiarze $2m+1$. Obie rozmaitości są oczywiście tego samego wymiaru. Sformułowanie "z pewnym podzbiorem przestrzeni $\mathcal{R}^m$" pomija istotną część informacji i może być mylące.

s. **38** – definicja normy na rozmaitości pseudoriemannowskiej nie uwzględnia przypadku, gdy $g_x(v,v) < 0$.

s. **41** – Mylące jest stwierdzenie, że dla rozmaitości nieprzedłużalnej przedłużenie nie istnieje. Według podanej w poprzedzającym zdaniu definicji, rozmaitość M jest nieprzedłużalna, gdy dla każdego jej włożenia izometrycznego $f : M \longrightarrow M'$ zachodzi $f(M) = M'$ (mówiąc w uproszczeniu, rozmaitość nieprzedłużalna jest identyczna z każdym swoim przedłużeniem). Dokładnie tak objaśnia to pojęcie cytowany w tym miejscu podręcznik Hawkinga i Ellisa.

s. **44** – W ostatnim zdaniu powinno być: odległość ta (...) może być równa zeru (nie "różna od zera").

s. **46** – poprawna forma podanego tam wzoru:

$$G_x(v,v) = g_x(v,v) - 2(g_x(v,u))^2.$$

s. **49** – komentarz o odległości lorentzowskiej gubi istotne informacje wskutek nadmiernej lakoniczności. Podstawowa różnica między metryką riemannowską i metryką lorentzowską polega na tym, że w tej pierwszej, jeśli punkty p i q można połączyć łukiem krzywej o zerowej długości, to $p = q$, natomiast w tej drugiej, jeśli q leży w przyczynowej przyszłości p i $q \neq p$, to istnieje nietrywialny łuk krzywej o zerowej długości łączący p z q. Dlatego w metryce lorentzowskiej kres dolny długości łuków krzywych czasowych łączących p z q (jeśli takie istnieją) wynosi zawsze zero. Jako odległość można natomiast zdefiniować kres górny takich łuków. **W niektórych patologicznych przypadkach** prowadzi to do konieczności przyjęcia, że odległość od p do q jest istotnie równa nieskończoności, mimo że istnieją łuki krzywych czasowych o skończonej długości łączące p z q. Zachodzi to np. wtedy, gdy w czasoprzestrzeni istnieją zamknięte krzywe czasowe, a p i q leżą na tej samej zamkniętej krzywej czasowej. (Występuje wtedy zresztą jeszcze kilka interesujących patologii, nie wspomnianych w książce.) W czasoprzestrzeniach wolnych od patologii (np. globalnie hiperbolicznych), jeśli istnieje łuk krzywej czasowej z p do q o

skończonej długości, to $d_L(p,q) < \infty$. Symbol [0,∞] dla zbioru wartości funkcji d_L został w gruncie rzeczy zdefiniowany przez Beema i Ehrlicha za pomocą powyższego rozumowania, w tradycyjnej teorii liczb rzeczywistych byłby on bezsensowny. Przeciwstawienie odległości riemannowskiej d_R: $X \times X \longrightarrow [0,\infty)$ odległości lorentzowskiej, dla której Autor pisze "(...) d_L: $X \times X \longrightarrow [0,\infty]$ – a więc przyjmującą niekoniecznie skończone wartości...", bez dodatkowego komentarza wytworzy zamęt w głowie czytelnika.

s. **51 – 52** - Przestrzeń płaska z nieokreśloną formą metryczną nie może być nazywana przestrzenią Euklidesa.

s. **59** – Notacja i objaśnienia w przykładzie 2.2 są niedopracowane. Nie może zachodzić związek $e_i = a_i^j e_j$ między wektorami tej samej bazy. Zapis $F(X^n) = (F(X^n), X^n, \pi, GL(\mathcal{R}^n))$ jest mylący, symbol dla wiązki głównej nie powinien być identyczny z symbolem dla przestrzeni wiązki. Nie jest prawdziwa równość $GL(\mathcal{R}^n) = \mathcal{R}^{n^2}$. Istnieją wprawdzie wzajemnie jednoznaczne odwzorowania zbioru macierzy $n \times n$ na przestrzeń $\mathcal{R}^{n^2}$, ale niektórym elementom $\mathcal{R}^{n^2}$ odpowiadają przy tym macierze osobliwe, które do $GL(\mathcal{R}^n)$ nie należą. Oznaczenia dla wiązki włóknistej są niekonsekwentne: na s. 59 grupa strukturalna G jest czwartym elementem zbioru, włókno typowe F – piątym, na str. 60 i 61 jest odwrotnie.

s. **65** – Spiętrzenie pojęć niezdefiniowanych w książce uczyni definicję 3.1c i komentarze do niej nieczytelnymi dla większości czytelników.

s. **68** – $d\theta$ jest 2-formą, nie pochodną 2-formy.

s. **72 – 73** – Bez przytoczenia przykładów równań pola wraz z interpretacją fizyczną użytych wielkości, rozważania o zastosowaniu teorii wiązek włóknistych do teorii cechowania są nieprzejrzyste.

s. **76 – 77** – Izomorfizm przestrzeni wektorowych ρ_x: $\mathcal{R}^n \longrightarrow T_x(X^n)$ definiuje bazę w $T_x(X^n)$, jeśli została przedtem zdefiniowana baza w $\mathcal{R}^n$. Autor pisze zaś: "...bazę w punkcie $x \in X^n$ można także zdefiniować jako odwzorowanie ρ_x: $\mathcal{R}^n \longrightarrow T_x(X^n)$ przyporządkowujące każdym n liczbom rzeczywistym $\rho_x(\mathcal{R}^n)$ pewien wektor $u \in T_x(X^n)$; liczby $\rho_x(\mathcal{R}^n)$ nazywa się składowymi wektora u w bazie ρ_x." Stwierdzenie to jest niejasne i zawiera nieścisłości terminologiczne, np. symbol $\rho_x(\mathcal{R}^n)$ zostanie prawdopodobnie odruchowo zrozumiany przez czytelnika jako obraz całej przestrzeni R^n przy odwzorowaniu ρ_x. Niejasny i nieścisły sposób wyrażania się jest kontynuowany w następującej dalej definicji 1.1 i w komentarzach do niej. Na przykład: 1. Co to znaczy $\rho_x = (e_i)$? (ρ_x jest odwzorowaniem przestrzeni wektorowych, (e_i) jest zbiorem wektorów bazy); 2. Co to znaczy "$\phi_P(u) = \theta^i(u)$, $u \in T_x(X^n)$, przy czym (θ^i) jest bazą dualną do (e_i)"? (czy odwzorowanie ϕ_P przyporządkowuje wektorowi u jego obraz pod działaniem i-tej formy bazowej?) 3. Jaka jest definicja macierzy a we wzorze $(\theta_P(v))^\gamma = (a^{-1})^\gamma_\beta dx^\beta(\pi' v)$?

s. **102** – Twierdzenie Fishera i Marsdena (o związku stabilności linearyzacyjnej z symetriami) zostało udowodnione tylko dla rozwiązań próżniowych.

s. **107** – Co to jest pokrycie jedno-wieloznaczne?

s. **118** – Stwierdzenie 2.8 (wzory na składowe tensora energii-pędu cieczy doskonałej) jest prawdziwe tylko w tej bazie, w której przeprowadzono dowód. Tekst sugeruje natomiast, że stwierdzenie jest prawdziwe ogólnie, zaś bazę zdefiniowano jedynie dla przeprowadzenia dowodu. Nie jest prawdą, że "W przypadku pola promieniowania krzywe całkowe pola wektorowego U są zerowymi geodetykami." Takie "pole promieniowania", o jakim tu jest mowa, jest charakteryzowane czasopodobnym polem prędkości i znikają-

cym śladem tensora energii-pędu. Jest to dość grube przybliżenie, autorzy dbali o ścisłość nazywają taką materię cząstkami relatywistycznymi. Prawdziwe promieniowanie, poruszające się po geodezyjnych zerowych (nazywane czasem "płynem Vaidyi"), ma tensor energii-pędu postaci $\mathbf{T}_{\alpha\beta} = \rho k_\alpha k_\beta$, gdzie k_α jest wektorem zerowym.

s. **131** – Galaktyki grupują się w dwuwymiarowe powierzchnie, które można nazwać błonami. Słowo "włókna" sugeruje raczej struktury jednowymiarowe.

s. **138** – Istnienie rozmaitości nakrywających wiąże się z grupami symetrii. W rozmaitości z metryką $\tilde{\mathbf{M}}$ można identyfikować punkty P_1 i P_2 tylko wtedy, gdy istnieje **izometria** ϕ: $\tilde{\mathbf{M}} \longrightarrow \tilde{\mathbf{M}}$ o własności $\phi(P_1) = P_2$. Teoria przestrzeni nakrywających jest opracowana jedynie dla przypadku, gdy przestrzeń nakrywająca ma dyskretną grupę symetrii. Wielość dozwolonych identyfikacji w rozmaitościach Robertsona-Walkera wynika z ich wysokiej symetrii. W ogólności, dowolna czasoprzestrzeń $\mathbf{M}$ nie ma żadnych symetrii. Znane są duże klasy jawnych ścisłych rozwiązań równań pola grawitacyjnego bez symetrii, wśród nich także takie, które zawierają czasoprzestrzenie Robertsona-Walkera jako przypadki graniczne. W tych rozwiązaniach rozmaitość nakrywająca jest po prostu identyczna z rozmaitością wyjściową; identyfikacje są tam niewykonalne.

Podręcznik geometrii różniczkowej i teorii grawitacji o takim zakresie treści, jak w omawianej książce, byłby na polskim rynku bardzo przydatny. Szczególnie cenną jego częścią byłby wykład teorii wiązek włóknistych. Istnieje tylko niewiele takich podręczników w literaturze światowej. W Polsce, z ogólnie znanych powodów, są one dostępne tylko w bibliotekach i to niewielu. Wielu fizyków i zapewne matematyków chętnie zakupiłoby dzieło, które w ich prywatnych zbiorach mogłoby pełnić rolę podręcznej encyklopedii przedmiotu. Encyklopedią taką mogłyby stać się następne wydania książki prof. Hellera, pod warunkiem jednak znacznego rozszerzenia treści (głównie o przykłady i ćwiczenia) i staranniejszego dopracowania szczegółów – tak, aby materiał stał się przyswajalny dla nowicjuszy. W obecnej formie książka opiera się na założeniu, że czytelnik sięgnie po szczegóły do innych tekstów – w większości trudno dostępnych. Podejrzewam, że trudności te mogą wielu czytelników raczej zniechęcić niż zachęcić do dalszych studiów.

Andrzej Krasiński

Centrum Astronomiczne
im. Mikołaja Kopernika
Polska Akademia Nauk
Warszawa