

UNIWERSYTET WARSZAWSKI ★ WYDZIAŁ FIZYKI

Praca magisterska

## Metaliczność gwiazd RR Lutni, a efekt Błazki

Radosław Smolec

pod kierunkiem:

dr hab. Pawła Moskalika (CAMK)

promotor wewnętrzny:

prof. dr hab. Wojciech Dziembowski (UW)

WARSZAWA, 06.2004

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Wyznaczanie metaliczności gwiazd RRab na podstawie krzywej blasku</b>	<b>7</b>
2.1	Wyznaczanie metaliczności gwiazd RRab, różne skale metaliczności . . . .	7
2.2	Metoda Kovácsa wyznaczania metaliczności gwiazd RRab . . . . .	8
2.3	Kalibracja metody w filtrze $I_C$ . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Gwiazdy RRab w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki</b>	<b>16</b>
3.1	Analiza krzywych blasku . . . . .	16
3.2	Krzywe blasku gwiazd RRab Zgrubienia Centralnego Galaktyki . . . . .	17
3.3	Metaliczność gwiazd RRab Zgrubienia Centralnego Galaktyki – gwiazdy wykazujące efekt Błażki . . . . .	20
3.4	Metaliczność gwiazd RRab Zgrubienia Centralnego Galaktyki – gwiazdy jednookresowe . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Gwiazdy RRab w Wielkim Obłoku Magellana</b>	<b>25</b>
4.1	Analiza krzywych blasku . . . . .	25
4.2	Krzywe blasku gwiazd RRab w LMC . . . . .	27
4.3	Metaliczność gwiazd RRab w LMC – gwiazdy jednookresowe . . . . .	31
4.4	Metaliczność, a efekt Błażki . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>43</b>
<b>6</b>	<b>Dodatek</b>	<b>45</b>

## Streszczenie

W ostatnich latach, dzięki masowej fotometrii dostarczanej przez programy poszukujące zjawisk mikrosoczewkowania grawitacyjnego, OGLE oraz MACHO, liczba znanych gwiazd RR Lutni, w szczególności wykazujących efekt Błażki wzrosła znacząco. Większa częstość występowania efektu Błażki w bardziej metalicznym Zgrubieniu Centralnym Galaktyki, niż w Wielkim Obłoku Magellana (LMC), nasuwa przypuszczenie, że występowanie efektu Błażki jest powiązane z metalicznością (Moskalik i Poretti 2003). Celem tej pracy jest zweryfikowanie tej hipotezy. W tym celu skalibrowałem metodę wyznaczania metaliczności gwiazd RRab Kovácsa (Kovács i Zsoldos 1995) na podstawie krzywej blasku w filtrze  $I$ . W obu systemach gwiazdowych, metaliczności gwiazd jednookresowych i wykazujących efekt Błażki są zbliżone. W przypadku LMC gwiazdy wykazujące efekt Błażki wydają się wręcz preferować niższe metaliczności. Różnica metaliczności pomiędzy Zgrubieniem Centralnym Galaktyki i LMC nie może więc tłumaczyć różnej częstości występowania gwiazd wykazujących efekt Błażki w tych systemach.

W pracy analizuję także własności modów radialnych gwiazd RRab z obu systemów gwiazdowych. Pokazuję, że efekt Błażki zmienia amplitudę modu radialnego i jego harmonik oraz, że kształt krzywych blasku gwiazd jednookresowych ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki i z LMC jest nieco inny. W szczególności inna jest postać zależności między amplitudami fourierowskimi. Sprawia to, że kalibracja metody wyznaczania metaliczności zaproponowanej przez Kovácsa nie jest uniwersalna, lecz nieznacznie zależy od systemu gwiazdowego.

# 1 Wstęp

Gwiazdy RR Lutni (RR Lyr) to pulsujące olbrzymy drugiej populacji. Znajdujemy je niemal w każdej gromadzie kulistej, tworzą one podsystem sferyczny Galaktyki. Mają szczególnie duże znaczenie w astrofizyce. Wykorzystywane są do mierzenia odległości – jako świece standardowe, których jasność absolutna zależy od metaliczności. Na podstawie ich rozkładu przestrzennego, wnioskuje się o strukturze naszej Galaktyki, jak i innych galaktyk. Ich obserwowane własności pozwalają na testowanie teorii pulsacji oraz ewolucji gwiazd.

Historycznie gwiazdy RR Lyr podzielono w oparciu o kształt krzywej blasku na grupy: RRa, RRb i RRc (tzw. grupy Baileya). Nie ma fizycznego powodu, aby rozróżniać grupy RRa i RRb – połączono je w jedną grupę RRab. Stanowią ją gwiazdy pulsujące w modzie fundamentalnym. Grupa RRc, o prawie sinusoidalnych krzywych blasku, to gwiazdy pulsujące w pierwszym owertonie. Obecnie wyróżniamy jeszcze grupy: RRe – gwiazdy, w których wzbudzony jest drugi owerton oraz RRd – czyli gwiazdy dwumodalne, pulsujące w modzie fundamentalnym i pierwszym owertonowym, lub obu modach owertonowych. Pulsacje gwiazd RR Lyr są pulsacjami radialnymi.

W 1907 roku dla gwiazdy typu RRab – RW Dra – zaobserwowano wiekową, okresową modulację fazy (Blazhko 1907). W kolejnych latach modulację amplitudy i/lub fazy pulsacji zaobserwowano dla bardzo wielu gwiazd RRab – od nazwiska odkrywcy zjawisko to nazywamy efektem Błażki. Szacunkowo 20 – 30% gwiazd RRab (Kovács 2001) wykazuje ten efekt. W ostatnich latach zaobserwowano go również dla gwiazd RRc (Olech *et al.* 1999, Alcock *et al.* 2000, choć trzy gwiazdy RRc już wcześniej podejrzewano o wykazywanie efektu Błażki – Smith 1995), ale występuje on tu zdecydowanie rzadziej. W pracy tej zajmował się będą tylko gwiazdami RRab.

Przez kilkadziesiąt lat po odkryciu efektu Błażki, był on opisywany przede wszystkim jako modulacja amplitudy zmian jasności, objawiająca się głównie dużym rozrzutem jasności gwiazdy w okolicach maksimum blasku. Dopiero programy obserwacyjne poszukujące zjawisk mikrosoczewkowania grawitacyjnego – OGLE oraz MACHO, dostarczyły jako produkt uboczny, bardzo dobrej jakości fotometrię dla tysięcy gwiazd RR Lyr, w tym setek wykazujących efekt Błażki. Umożliwiło to zredefiniowanie efektu w języku widma częstości gwiazd (Alcock *et al.* 2000). Chronologicznie najpierw zaobserwowano klasę RR Lyr z dodatkowymi częstościami w widmie (Olech *et al.* 1999), później zaś powiązano ją z efektem Błażki (Alcock *et al.* 2000, 2003). Wiekowa modulacja amplitudy/fazy objawia się w widmie częstości w postaci jednej lub kilku dodatkowych częstości położonych w bliskim sąsiedztwie częstości modu fundamentalnego  $f_0$  (separacja  $\Delta f$  jest mniejsza niż  $0.1c/d$ ). W przypadku jednej dodatkowej częstości, typowy stosunek okresów w zakresie  $0.95 - 1.05$ , nie może być wyjaśniony przy użyciu tylko pulsacji radialnych i wskazuje na wzbudzenie modu nieradialnego. Większa ilość częstości, symetrycznie położonych wokół piku centralnego, może być też wyjaśniona poprzez jakąś modulację modu radialnego. W widmie częstości najczęściej obserwujemy jeden dodatkowy składnik (dublet, RR0-BL1), w większości przypadków o większej częstości niż podstawowa, lub dwa symetrycznie

położone (równoodstępny tryplet, RR0-BL2), których amplitudy mogą się znacznie różnić. Analogiczne struktury mogą znajdować się przy harmonikach częstości  $f_0$ . Stosowane oznaczenia BL1 i BL2 wprowadzone zostały przez Alcocka *et al.* (2003). Gwiazdy jednookresowe oznaczać będą RR0-S (*singly periodic*). Odwrotność separacji częstości,  $\Delta f$ , jednoznacznie określona dla gwiazd BL1 i BL2, nazywana jest okresem efektu Błażki,  $P_B = 1/\Delta f$ . W widmach częstości obserwuje się także nierównoodstępne tryplety oraz multiplety, a także oznaki zmiany podstawowego okresu pulsacji.

Poretti (2001) szczegółowo przeanalizował jednookresowe gwiazdy RR Lyr Zgrubienia Centralnego Galaktyki z katalogu OGLE-I, Moskalik i Poretti (2003) przeanalizowali także gwiazdy z efektem Błażki, zarówno widma częstości jak i parametry fourierowskie krzywych blasku, odpowiadających modowi fundamentalnemu. Znacznie liczniejszą grupę gwiazd Zgrubienia Centralnego Galaktyki z katalogu OGLE-II, poddał analizie Mizerski (2003), skupiając się jedynie na widmach częstości. Alcock *et al.* (2003) szczegółowo przeanalizowali dane projektu MACHO dla Wielkiego Obłoku Magellana (LMC), zaś grupa OGLE opublikowała katalog gwiazd RR Lyr w LMC, wraz z listą gwiazd wielookresowych bez szczegółowej analizy (Soszyński *et al.* 2003). Statystykę obiektów zawiera Tabela 1.

Obiekt	Katalog	$N_S$	$N_{BL}$	%	Ref.
Zgrubienie Centralne	OGLE-I	112	35	23.4%	Moskalik, P., Poretti, E. 2003
	OGLE-II	1556	472	23.3%	Mizerski, T. 2003
LMC	OGLE-II	4608	843	15.5%	Soszyński, I. <i>et al.</i> 2003
	MACHO	4882	751	13.3%	Alcock, C. <i>et al.</i> 2003

**Tabela 1.** Statystyka gwiazd RRab w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki i w LMC.  $N_S$  i  $N_{BL}$  to ilości gwiazd RR0-S i RR0-BL odpowiednio. W piątej kolumnie znajduje się częstość występowania gwiazd wykazujących efekt Błażki.

Łatwo zauważyć, że efekt Błażki częściej występuje w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki niż w LMC. Moskalik i Poretti (2003) wysunęli przypuszczenie, że może mieć to związek z metalicznością gwiazd – w uboższym w metale LMC efekt występuje rzadziej. Głównym celem tej pracy jest zweryfikowanie tej hipotezy. Wymaga to opracowania efektywnej metody wyznaczania metaliczności – zarówno gwiazd jednookresowych jak i wykazujących efekt Błażki. Metodę taką zaproponowali Kovács i Zsoldos (1995), zaś rozwinęli Jurcsik i Kovács (1996). Umożliwia ona wyznaczenie metaliczności gwiazd RRab na podstawie okresu pulsacji i kształtu krzywej blasku w Johnsonowskim filtrze  $V$ , opisywanego przez parametry Fouriera. Fotometria OGLE jest zaś przede wszystkim wykonywana w filtrze  $I_C$  (fotometria standardowa Johnson-Cousins). Potrzebna jest więc kalibracja metody w tym pasmie.

Informacja o metaliczności gwiazd wykazujących efekt Błażki, jest również cenna z teoretycznego punktu widzenia. Pomimo niemal stuletniej historii, efekt ten ciągle nie znalazł satysfakcjonującego wytłumaczenia. Modele uwzględniające tylko pulsacje w modzie radialnym nie tłumaczą obserwowanych zjawisk. Ostatnio rozważane były dwa modele uwzględniające nieradialną geometrię pulsacji. Model *Oblique Rotating Magnetic Pulsator* (Shibahashi 2000) przewiduje kwintuplety w widmie częstości (które w pewnych warunkach mogą być postrzegane jako tryplety) oraz wymaga istnienia silnych pól magnetycznych, co nie znalazło obserwacyjnego potwierdzenia (Chadid *et al.* 2004). Model *Rotating Resonant Pulsator* (Nowakowski i Dziembowski 2001), zakładający rezonansowe wzbudzenie modów nieradialnych, również nie tłumaczy w pełni obserwowanych widm

częstości, w szczególności nie przewiduje dubletów, a wydaje się mało prawdopodobne, że każdy dublet jest tak naprawdę trypletem, o małej amplitudzie jednego ze składników.

W pracy tej skalibrowałem metodę wyznaczania metaliczności Kovácsa dla filtra  $I$  (Rozdział 2). Następnie poddałem szczegółowej analizie krzywe blasku gwiazd RRab jednookresowych i z efektem Błażki z katalogu OGLE-I dla Zgrubienia Centralnego Galaktyki (Rozdział 3) oraz z katalogu OGLE-II dla LMC (Rozdział 4). Szczegółowo analizuję parametry fourierowskie krzywych blasku, jak i rozkłady metaliczności wymienionych populacji gwiazd. Metoda wyznaczania metaliczności pozwala również na zweryfikowanie niektórych hipotez związanych z gwiazdami RRab. Przykładowo Poretti (2001) wyodrębniła na wykresach typu okres – faza fourierowska ( $P - \phi_{31}$ ,  $P - \phi_{41}$ ,  $P - \phi_{51}$ ) trzy ciągi, których występowanie wiąże z różnymi metalicznościami gwiazd je tworzących. Podobnie obserwacje gromad gwiazd pokazują, że istnieje pewien związek pomiędzy rozkładem gwiazd na diagramie Baileya (wykres zależności okres–amplituda), a ich metalicznością (np. Clement 2000). Wnioski zebrane zostały w Rozdziale 5.

## 2 Wyznaczanie metaliczności gwiazd RRab na podstawie krzywej blasku

### 2.1 Wyznaczanie metaliczności gwiazd RRab, różne skale metaliczności

Metaliczność –  $[\text{Fe}/\text{H}]$  definiujemy jako logarytm dziesiętny stosunku obfitości żelaza względem wodoru dla gwiazdy i dla Słońca:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \log \left( \frac{\text{Fe}}{\text{H}} \right)_* - \log \left( \frac{\text{Fe}}{\text{H}} \right)_\odot$$

Istnieją różne metody określania metaliczności gwiazd RRab. Najwięcej gwiazd ma metaliczność wyznaczoną w oparciu o metodę indeksu  $\Delta S$  Prestona (Preston 1959). Indeks  $\Delta S$  zdefiniowany jest jako różnica typów widmowych gwiazdy, będącej w fazie minimum blasku, określonych na podstawie linii wodoru oraz linii K wapnia, wyrażonych w dziesiątych częściach typu widmowego. Symbolicznie  $\Delta S = 10 \cdot [\text{Sp}(\text{H}) - \text{Sp}(\text{K})]$ . Istnieje wiele liniowych relacji wiążących  $\Delta S$  z metalicznością. Często używana jest skala metaliczności Butlera (1975), który wyznaczając metaliczność 13 gwiazd RR Lyr na podstawie analizy krzywej wzrostu oraz ich indeksy  $\Delta S$ , otrzymał:  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.16\Delta S - 0.23$ . Pomiar  $\Delta S$  nie jest prosty. Indeks należy wyznaczać w minimum blasku, lub w jego okolicy – stosując wtedy specjalne poprawki zależne od fazy pulsacji. Ponadto należy uwzględnić wpływ międzygwiazdowych linii wapnia, zależny od położenia gwiazdy w Galaktyce, w szczególności jej odległości od obserwatora.

Metodą równoważną metodzie  $\Delta S$ , jest metoda stosowana przez Laydena (1994), który wyznaczył metaliczność dla 302 gwiazd RRab pola. W metodzie tej zakłada się, że gwiazdy o różnych metalicznościach kreślą w trakcie cyklu pulsacji różne krzywe na wykresie szerokości równoważnej linii K wapnia względem szerokości równoważnej linii wodoru. Layden skalibrował metodę w oparciu o 19 gwiazd RR Lyr pola oraz gwiazdy RR Lyr z siedmiu gromad kulistych, o metalicznościach w skali Zinna i Westa (1984). W swojej pracy podali oni kompilację metaliczności dla 121 gromad kulistych, wyznaczonych różnymi metodami i osadzonych na wspólnej skali metaliczności. Przez wiele lat ich praca stanowiła źródło najczęściej używanych metaliczności gromad kulistych.

Dla większości gromad kulistych, metaliczności gwiazd je tworzących, w tym RR Lyr, są takie same. Wyjątkiem jest gromada  $\omega$  Centauri, w której obserwuje się znaczący rozrzut metaliczności. W gromadzie tej 131 gwiazd RR Lyr ma indywidualnie wyznaczone metaliczności w oparciu o fotometrię *Caby* (Rey *et al.* 2000). System fotometryczny *Caby* to rozszerzenie standardowego systemu *wby* Strömghrena, z dodanym filtrem Ca wycelowanym na liniach H i K jednokrotnie zjonizowanego wapnia. Indeks  $hk$ , zdefiniowany jako:  $hk = (\text{Ca}-b) - (b-y)$ , okazał się liniowo skorelowany z metalicznością dla ustalonej barwy  $(b-y)$ . Autorzy skalibrowali metodę obserwując jako standardy gwiazdy z listy Laydena.

Metody typu  $\Delta S$  wykorzystują widma niskiej rozdzielczości. W ciągu ostatnich kilkunastu lat pojawiło się wiele prac (ich spis można znaleźć w pracy Jurcsik (1995)), których autorzy wyznaczają metaliczności gromad w oparciu o spektroskopię wysokiej rozdzielczości (tzw. *High Dispersion Spectroscopy* – HDS). W metodach tych zakłada się pewien

model atmosfery i tak dobiera parametry fizyczne – w tym obfitość metali, aby uzyskane teoretyczne widmo, jak najdokładniej odpowiadało widmu obserwowanemu. W oparciu o metaliczności HDS, Jurcsik (1995) wprowadziła nową skalę metaliczności, podając relację:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -0.190\Delta S - 0.027. \quad (1)$$

Różne skale metaliczności różnią się pomiędzy sobą i w odniesieniu do konkretnej gwiazdy mogą dawać znaczące różnice metaliczności, na poziomie nawet 0.4. Przykładowo Layden (1994) podaje relację wiążącą metaliczności w skali Butlera ( $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{B}}$ ) i Zinna–Westa ( $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{ZW}}$ ):  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{ZW}} = 0.9[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{B}} - 0.34$ . Skala Zinna–Westa, oparta na metalicznościach gromad kulistych, prowadzi więc do systematycznie mniejszych metaliczności niż skala Butlera, oparta na gwiazdach RR Lyr pola, co stanowiło źródło nieporozumień. Spektroskopowo wyznaczona metaliczność gwiazdy RR Lyr (metodą  $\Delta S$ ) różniła się od metaliczności gromady w skład której wchodziła. Jurcsik (1995) pokazała, że w świetle nowych danych HDS, skala Zinna–Westa wymaga korekty. Jej skala ma tę zaletę, że daje zgodne wyniki w odniesieniu do gwiazd pola oraz gwiazd z gromad kulistych. Relacja pomiędzy skalą Jurcsik (HDS), a skalą Zinna–Westa jest szczegółowo dyskutowana w pracy Jurcsik (1995).

Przedstawione metody wyznaczania metaliczności są dość trudne w realizacji, jak choćby opisana metoda indeksu  $\Delta S$ , a przede wszystkim wymagają czasochłonnych obserwacji spektroskopowych poszczególnych gwiazd. Metoda zaproponowana przez Kovácsa i Zsoldosa (1995), pozwalająca wyznaczyć metaliczność gwiazd typu RRab na podstawie okresu pulsacji i kształtu krzywej blasku ma tę zaletę, że wymaga jedynie dobrej fotometrii. Jest więc mniej pracochłonna i bardziej wydajna – pozwala szybko określić metaliczność wielu gwiazd RRab wchodzących w skład obserwowanego układu. Jest to jednak metoda czysto empiryczna i wymaga starannej kalibracji w oparciu o gwiazdy o znanych metalicznościach.

## 2.2 Metoda Kovácsa wyznaczania metaliczności gwiazd RRab

Kovács i Zsoldos (1995) zaproponowali nową metodę wyznaczania metaliczności gwiazd RRab. U jej podstaw leży założenie, że parametry fizyczne gwiazdy, w tym jej metaliczność, mają wpływ na kształt krzywej blasku, który można opisać ilościowo przy użyciu parametrów fourierowskich (amplitud oraz faz) i okresu. Z góry nie wiadomo jakie parametry fizyczne mają wpływ najistotniejszy oraz w jaki sposób wpływają na kształt krzywej blasku. Metoda jest więc czysto empiryczna. Dla kalibracyjnej próbki gwiazd, dla których mamy wyznaczone metaliczności oraz dysponujemy dobrej jakości krzywymi blasku, poszukujemy związku pomiędzy metalicznością, a jakąś kombinacją parametrów fourierowskich. Niech  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit}}$  oznacza metaliczność uzyskaną na podstawie krzywej blasku, zaś  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}}$  metaliczność obserwowaną (spektroskopową). Za najlepszą formułę określającą metaliczność uznajemy tę, która minimalizuje sumę kwadratów reszduów,  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} - [\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit}}$ .

Jurcsik i Kovács (1996) skalibrowali metodę dla krzywych blasku w filtrze Johnsona V. Ich próbka kalibracyjna składa się z 84 gwiazd RRab nie wykazujących efektu Błazki. Metaliczności tych gwiazd zostały skompilowane głównie na podstawie prac Laydena (1994) i Suntzeffa (1994), i osadzone na skali metaliczności Jurcsik (1995). W szczególności indeksy  $\Delta S$  z pracy Suntzeffa zostały przeliczone na metaliczności,  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{S}}$ , zgodnie



z równaniem (1), zaś metaliczności Laydena,  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{L}}$ , zostały przeliczone na skalę Jurcsik poprzez regresję liniową metaliczności 41 gwiazd wspólnych u Laydena i Suntzeffa. Uzyskana formuła ma postać (Jurcsik i Kovács 1996, równanie (2)):

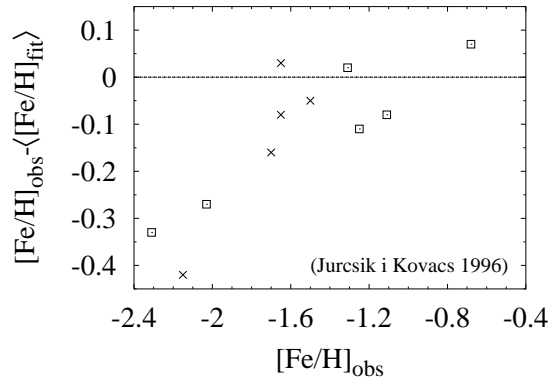
$$[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{S}} = 0.957[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{L}} + 0.200 \quad (2)$$

Najlepsza, w wyżej opisanym sensie formuła, pozwalająca określić metaliczność, jest liniowa, dwuparametrowa i ma postać:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -5.038 - 5.394P + 1.345\phi_{31} \quad (3)$$

Faza  $\phi_{31}$  odnosi się do rozkładu krzywej blasku na szereg Fouriera wyrazów sinus.

Autorzy testują metodę porównując średnią metaliczność gwiazd RRab z 11 gromad kulistych (6 z Galaktyki, 5 z LMC) uzyskaną na podstawie krzywych blasku,  $\langle[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit}}\rangle$ , z metalicznością gromad określoną z bezpośrednich pomiarów spektroskopowych (HDS) gwiazd gromady,  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}}$ . Porównanie to przedstawia Rysunek 1. Dla niskich metaliczności ( $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} < -1.8$ ) widać systematyczną różnicę, to znaczy metaliczności uzyskane na podstawie krzywych blasku są większe. Dla trzech gromad, o  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} < -1.8$ , średnia różnica,  $\langle[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} - \langle[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit}}\rangle\rangle$  wynosi  $-0.34 \pm 0.04$ . W skrajnym przypadku gromady NGC 1841 z LMC mamy:  $\langle[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit}}\rangle = -1.73$  podczas gdy  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} = -2.15$ . Autorzy nie potrafią wyjaśnić tej rozbieżności. Dla 8 gromad o metalicznościach większych od  $-1.8$  też widać systematyczną różnicę, ale jest ona nieznaczna. Średnia różnica,  $\langle[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} - \langle[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit}}\rangle\rangle$ , wynosi  $-0.05 \pm 0.03$ .



**Rysunek 1.** Porównanie metaliczności uzyskanych z pomiarów spektroskopowych ( $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}}$ ) i na podstawie krzywych blasku w filtrze  $V$  ( $\langle[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit}}\rangle$ ) dla sześciu gromad kulistych z Galaktyki ( $\square$ ) i pięciu gromad z LMC ( $\times$ ). Wykorzystałem dane zawarte w pracy Jurcsik i Kovácsa (1996), z Tabeli 9 i 10.

Warto nadmienić, że przy analogicznych założeniach metoda ta została wykorzystana do wyznaczania innych parametrów fizycznych gwiazd RRab, takich jak kolory, czy jasność absolutna. Podsumowanie metod wyznaczania parametrów fizycznych gwiazd RR Lyr na podstawie krzywych blasku, można znaleźć w pracy Kovácsa i Walkera (2001).

Opisana metoda wyznaczania metaliczności gwiazd RRab, została już z powodzeniem wykorzystana w wielu pracach (np. Clementini *et al.* 2003, Jurcsik 1998), jako uniwersalna i dobra metoda wyznaczania metaliczności obiektów, dla których nie ma obserwacji spektroskopowych. Została ona jednak skalibrowana dla filtra  $V$ , tymczasem masowa

fotometria gwiazd wykonywana przez grupę OGLE, którą będę analizował, to przede wszystkim fotometria w filtrze  $I_C$ . Skalibrowanie metody dla tego filtra dostarczy więc silnego narzędzia do badania metaliczności bardzo licznej populacji gwiazd RRab z katalogów OGLE-I i OGLE-II.

### 2.3 Kalibracja metody w filtrze $I_C$

**Skala metaliczności.** Przyjmuję skalę metaliczności Jurcsik (HDS). Jest to skala używana przez Jurcsik i Kovácsa w kalibracji metody w filtrze  $V$ . W ich pracy znajduje się kompilacja metaliczności dla 84 gwiazd RRab, w tym dla większości gwiazd z mojej próbki kalibracyjnej.

**Próbka kalibracyjna.** Na próbkę kalibracyjną składają się tylko gwiazdy nie wykazujące efektu Błażki. Niestety większość dostępnej fotometrii gwiazd RR Lyr pola jest w filtrze  $V$ . Znacznie mniej gwiazd ma dobrej jakości fotometrię w filtrze  $I$ . Pomijając przypadki z bardzo małą ilością pomiarów (poniżej 30) oraz z niedostatecznym pokryciem fazowym, pozostają jedynie 22 gwiazdy RRab pola, dla których mamy jednocześnie dobrze określoną metaliczność. Dziewiętnaście z nich ma standardową fotometrię  $I$  (Cousins,  $I_C$ ), natomiast trzy (DX Del, V445 Oph i VY Ser) mają fotometrię w standardzie Johnsona (gwiazdy standardowe z listy Moffetta i Barnes (1979a,b)),  $I_J^{MB}$ . Fotometrię dla tych gwiazd przeliczyłem na standardową za pomocą formuł Bessela (1983), z przejściem przez filtr  $R_J^{MB}$ , mianowicie równania Bessela na transformację kolorów:

$$(V - R)_C = 0.716(V - R)_J^{MB} - 0.032$$

$$(R - I)_C = 0.873(R - I)_J^{MB} + 0.042$$

prowadzą do zależności:

$$I_C = V(1 - a) + R_J^{MB}(a - c) + I_J^{MB}c + b - d$$

$$a = 0.716, \quad b = 0.032, \quad c = 0.873, \quad d = 0.042,$$

przy pomocy której transformowana była fotometria. Wszystkie gwiazdy pola, za wyjątkiem V Ind, były też w próbce kalibracyjnej Jurcsik i Kovácsa, przyjąłem więc dla nich te same wartości metaliczności (Jurcsik i Kovács 1996, Tabela 1). V Ind ma metaliczność wyznaczoną przez Laydena (1994), więc na skalę Jurcsik transformuję ją zgodnie z równaniem (2).

Dodatkowo z dostępnej fotometrii dla gromady kulistej NGC 6362 (Mazur *et al.* 1999) jedna gwiazda RRab, v19 (numeracja Sawyer-Hogg, Hogg 1973), ma dobrej jakości krzywą blasku, bez oznak efektu Błażki. Dla gromady tej jest wyznaczona metaliczność z pomiarów  $\Delta S$  (Costar i Smith 1988), którą Jurcsik (1995) przelicza na swoją skalę (zgodnie z równaniem (1)).

Ponadto 9 gwiazd RRab z gromady  $\omega$  Centauri ma dobre krzywe blasku, bez oznak efektu Błażki (Kałużny *et al.* 1997). Jest to fotometria instrumentalna  $i$ , jednak transformacja do systemu standardowego Johnsona-Cousinsa, ma mały wyraz kolorowy, prowadzący do zmian na poziomie błędu fotometrii wynikającego z nieliniowości używanego w obserwacjach detektora CCD (Kałużny *et al.* 1996). Autorzy podają więc uproszczoną transformację do systemu standardowego poprzez dodanie stałej. Taka operacja nie prowadzi do zmiany kształtu krzywej blasku, więc w dalszej analizie używam po prostu

fotometrii instrumentalnej. Jak już wspomniałem, w gromadzie  $\omega$  Centauri istnieje znaczący rozrzut metaliczności. Z rozważanych dziewięciu gwiazd, sześć ma dobre (uzyskane z uśredniania conajmniej dwóch niezależnych pomiarów, o dyspersji poniżej 0.3), indywidualne wyznaczenia metaliczności z fotometrii *Caby* (Rey *et al.* 2000). Fotometria ta kalibrowana była na gwiazdach Laydena, zatem przeliczenia metaliczności na skalę Jurcsik dokonuję zgodnie z równaniem (2).

Wszystkie 29 gwiazd próbki kalibracyjnej zostało zebranych w Tabeli 2.

Gwiazda	Ref.	$n$	[Fe/H]	Gwiazda	Ref.	$n$	[Fe/H]
SW And	1	61	-0.06	AV Peg	1	42	+0.08
WY Ant	2	104	-1.39	AR Per	1	123	-0.14
V Cae	3	86	-1.71	BB Pup	2	145	-0.35
RR Cet	1	132	-1.29	VY Ser	6	77	-1.58
W Crt	2	84	-0.45	V440 Sgr	7	81	-1.21
DX Del	4	379	-0.32	W Tuc	5	154	-1.37
SU Dra	1	71	-1.56	TU UMa	1	50	-1.15
RX Eri	1	54	-1.07	NGC 6362 v19	8	169	-0.83
RR Gem	1	33	-0.14	$\omega$ Cen v40	9	62	-1.33
V Ind	5	161	-1.24	$\omega$ Cen v44	9	66	-1.14
RR Leo	1	44	-1.30	$\omega$ Cen v51	9	66	-1.37
SS Leo	6	181	-1.56	$\omega$ Cen v62	9	61	-1.35
TT Lyn	1	123	-1.50	$\omega$ Cen v102	9	66	-1.56
RV Oct	2	321	-1.08	$\omega$ Cen v115	9	66	-1.59
V445 Oph	4	497	+0.01				

**Tabela 2.** Gwiazdy RRab próbki kalibracyjnej. Nazwy gwiazd gromad są zgodne z numeracją Sawyer-Hogg (Hogg 1973). W trzeciej kolumnie znajduje się ilość obserwacji, w czwartej metaliczność w skali Jurcsik.

Referencje: (1) Liu, T., Janes, K.A. 1989; (2) Skillen, I. *et al.* 1993; (3) Hansen, L., Petersen, J.O. 1991; (4) Barnes, T.G. *et al.* 1988; (5) Clementini, G. *et al.* 1990; (6) Fernley, J.A. *et al.* 1990; (7) Cacciari, C. *et al.* 1987; (8) Mazur, B. *et al.* 1999; (9) Kałużny, J. *et al.* 1997.

**Analiza krzywych blasku.** Do krzywych blasku ( $n$  pomiarów postaci  $t_i$ ,  $m_i$  – czas obserwacji, jasność gwiazdy) dopasowywałem metodą najmniejszych kwadratów szereg Fouriera,  $m'(t)$ , rzędu  $N$  postaci:

$$m'(t) = m_0 + \sum_{k=1}^N A_k \sin(2\pi k f t + \phi_k) \quad (4)$$

$f$  jest częstością pulsacji, czyli odwrotnością okresu  $P$ ,  $f = 1/P$ .  $A_k$ ,  $\phi_k$  to amplituda i faza wyrazu o częstości  $kf$  ( $k - 1$  harmonika).  $m_0$  jest średnią jasnością gwiazdy. Błędy amplitud i faz,  $\sigma_{A_k}$ ,  $\sigma_{\phi_k}$ , liczyłem zgodnie z zależnościami Petersena (1986). W większości przypadków rząd rozwinięcia  $N$ , dobierany był tak, aby dla wszystkich amplitud:

$$\frac{A_k}{\sigma_{A_k}} > 4 \quad (5)$$

Stosowałem także wyższe rzędy, jeśli lepiej reprezentowały krzywą blasku.

Dyspersja fitu  $\sigma$ , określona jest jako suma kwadratów residuów podzielona przez ilość stopni swobody (ilość obserwacji minus ilość wyznaczanych parametrów):

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [m_i - m'(t_i)]^2}{n - 2N - 1} \quad (6)$$

W trakcie analizy odrzucałem punkty odstające od dopasowanej krzywej blasku o więcej niż  $4\sigma$ .

Literaturowe okresy pulsacji poprawiałem metodą *skanu po okresach*, to znaczy dopasowywałem szereg Fouriera z różnymi okresami, uznając za najlepszy okres odpowiadający fitowi o minimalnej dyspersji. Próbne okresy zmieniałem z krokiem  $10^{-6}$  dnia. W przypadku wszystkich gwiazd z gromady  $\omega$  Centauri, okres uzyskałem w opisany powyżej sposób, ale na podstawie krzywych blasku w filtrze  $V$ , w którym ilość pomiarów była przeciętnie czterokrotnie większa. W przypadku dwóch gwiazd, RR Gem i WY Ant, opisana procedura prowadziła do wyniku silnie zależnego od rzędu rozwinięcia. Dla tych gwiazd przyjąłem okresy zaczerpnięte z GCVS (Kholopov 1995). Dla gwiazdy TU UMa, okres określiłem na podstawie równoczesnego fazowania fotometrii z dwóch różnych źródeł (Liu i Janes 1989, Barnes *et al.* 1988).

Na podstawie amplitud i faz wyliczałem współczynniki fourierowskie zdefiniowane jako:

$$R_{ij} = \frac{A_i}{A_j}, \quad \phi_{j1} = \phi_j - j\phi_1$$

Program dopasowujący do krzywych blasku szereg Fouriera, jak i inne algorytmy dalej opisane, napisałem w języku programowania Fortran 77.

**Kalibracja metody wyznaczania metaliczności.** Dla każdej z 29 gwiazd próbki kalibracyjnej mamy metaliczność w skali Jurcsik,  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}}$  (Tabela 2), oraz zbiór parametrów opisujących krzywą blasku, to jest okres  $P$ , amplitudy  $A_1 - A_5$  i fazy  $\phi_{21} - \phi_{51}$ . Faz i amplitud wyższego rzędu nie rozważałem, gdyż nie wszystkie krzywe blasku rozwijały się w szereg rzędu wyższego niż 5. Ponadto im wyższy rząd parametru, tym mniej dokładnie jest on wyznaczony. Traktując metaliczności jako zmienne niezależne, zaś parametry opisujące krzywą blasku jako zmienne zależne o równych wagach statystycznych, dopasowywałem metodą najmniejszych kwadratów zależność liniową, tj.:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \text{const} + \sum_{i=1}^M a_i \cdot p_i,$$

gdzie  $a_i$  to poszukiwane współczynniki kalibracji  $M$ -parametrowej, zaś  $p_i$  to parametry opisujące krzywą blasku,  $p_i \in \{P, A_1 - A_5, \phi_{21} - \phi_{51}\}$ . Dyspersja fitu wynosi:

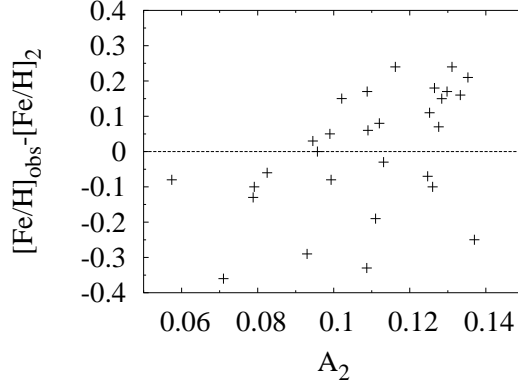
$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{29} \left( [\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs},i} - [\text{Fe}/\text{H}]_{\text{fit},i} \right)^2}{29 - M - 1}$$

Najpierw rozważałem wszystkie możliwe kalibracje dwuparametrowe, poszukując tej o najmniejszej dyspersji  $\sigma$ . Podobnie jak w przypadku kalibracji metody w filtrze  $V$ , najlepsza formuła dwuparametrowa zawiera okres  $P$  i fazę  $\phi_{31}$ . Jej postać jest następująca:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \begin{matrix} -3.065 & -5.011P & +0.822\phi_{31} \\ \pm 0.640 & \pm 0.357 & \pm 0.104 \end{matrix} \quad (7)$$

Dyspersja fitu wynosi  $\sigma = 0.18$ . Metaliczności uzyskane z powyższej kalibracji dwuparametrowej będą dalej oznaczał jako  $[\text{Fe}/\text{H}]_2$ .

W kolejnym kroku sprawdzałem, czy residua, tj.  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} - [\text{Fe}/\text{H}]_2$ , korelują się z jakimś innym parametrem opisującym krzywą blasku. Najlepsza korelacja istnieje z parametrem  $A_2$ , co ilustruje Rysunek 2. Współczynnik korelacji wynosi  $r = 0.48$ .



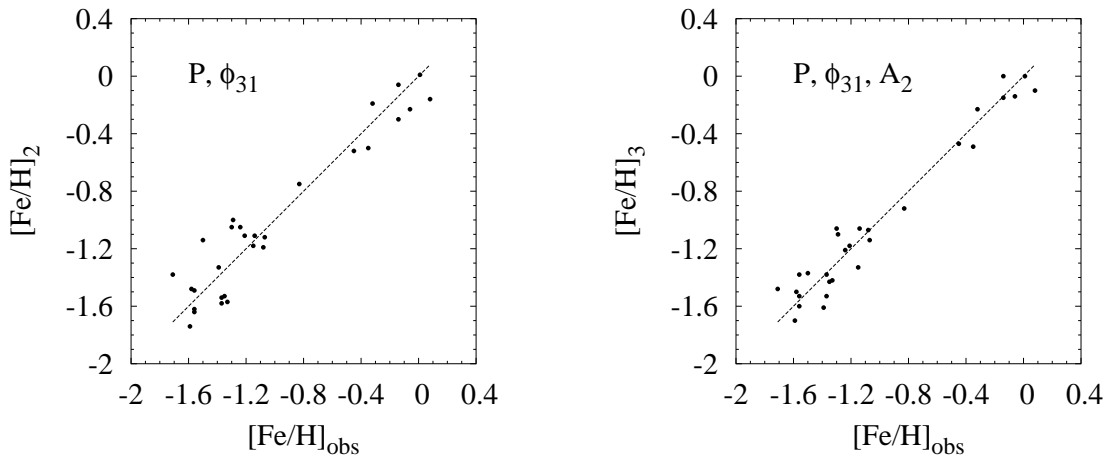
**Rysunek 2.** Korelacja residuów z kalibracji dwuparametrowej,  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}} - [\text{Fe}/\text{H}]_2$ , z parametrem  $A_2$ .

Istotnie dopasowywanie zależności trzyparametrowej zawierającej  $P$ ,  $\phi_{31}$  oraz  $A_2$ , prowadzi do zmniejszenia dyspersji fitu, do poziomu  $\sigma = 0.13$ . Zależność trzyparametrowa ma postać:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -6.132 - 4.799P + 1.182\phi_{31} + 7.902A_2 \pm 0.806 \pm 0.269 \pm 0.109 \pm 1.679 \quad (8)$$

Metaliczności uzyskane z powyższej kalibracji trzyparametrowej będą dalej oznaczał przez  $[\text{Fe}/\text{H}]_3$ .

Rysunek 3 przedstawia zależność metaliczności wyliczonej z kalibracji dwu- i trzyparametrowej od metaliczności obserwowanej.



**Rysunek 3.** Metaliczność z kalibracji dwuparametrowej,  $[\text{Fe}/\text{H}]_2$  – lewy panel i trzyparametrowej,  $[\text{Fe}/\text{H}]_3$  – prawy panel, względem metaliczności obserwowanej,  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{obs}}$ , dla 29 gwiazd próbki kalibracyjnej. Dla porównania zaznaczone są diagonalne.

Także inne kalibracje trzyparametrowe, z amplitudami  $A_1$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ , prowadzą do mniejszych wartości dyspersji  $\sigma$ , niż kalibracja dwuparametrowa. Poniżej podaję uzyskane formuły w kolejności rosnącej wartości  $\sigma$ .

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \begin{matrix} -7.484 & -4.658P & +1.350\phi_{31} & +5.394A_1 \\ \pm 1.244 & \pm 0.301 & \pm 0.159 & \pm 1.383 \end{matrix} \quad \sigma = 0.14 \quad (9)$$

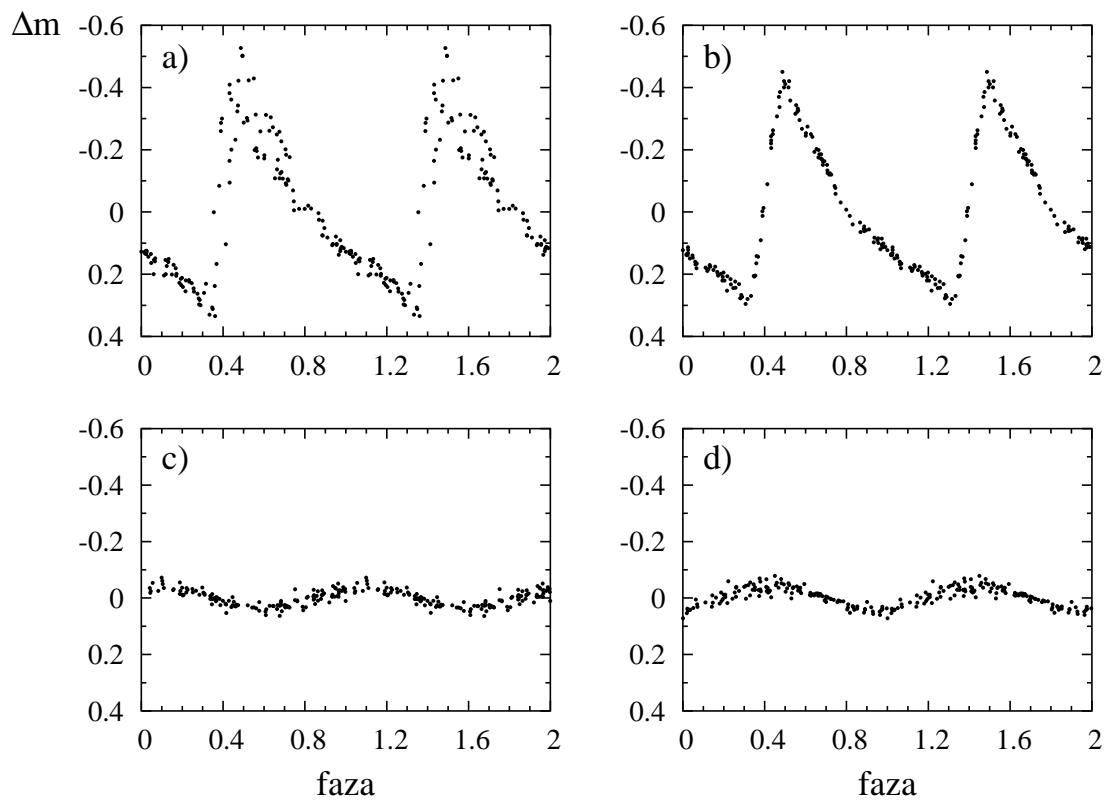
$$[\text{Fe}/\text{H}] = \begin{matrix} -6.987 & -4.859P & +1.367\phi_{31} & +14.139A_4 \\ \pm 1.321 & \pm 0.309 & \pm 0.189 & \pm 4.337 \end{matrix} \quad \sigma = 0.15 \quad (10)$$

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \begin{matrix} -6.862 & -4.919P & +1.327\phi_{31} & +10.816A_3 \\ \pm 1.609 & \pm 0.327 & \pm 0.221 & \pm 4.274 \end{matrix} \quad \sigma = 0.16 \quad (11)$$

Formuła zawierająca amplitudę  $A_1$  jest tylko nieznacznie gorsza od tej z  $A_2$ . Tak więc przy określaniu metaliczności na podstawie krzywej blasku w  $I$ , istotne wydają się być amplitudy niskiego rzędu. Jedynie większa próbka kalibracyjna mogłaby rozstrzygnąć, czy amplituda  $A_2$  jest rzeczywiście najistotniejsza.

Kalibracje cztero- i więcej parametrowe okazały się gorsze od opisanych. Sprawdzałem także kalibracje, w których zamiast amplitud  $A_2 - A_5$ , używałem ich stosunków,  $R_{21} - R_{51}$ , ale uzyskane wyrażenia na metaliczność nie prowadziły do mniejszych wartości dyspersji  $\sigma$ .

**Wyznaczanie metaliczności gwiazd z efektem Błażki.** Opisane metody wyznaczania metaliczności skalibrowane są na gwiazdach jednookresowych, pulsujących radialnie, nie wykazujących efektu Błażki. Dla nich kształt krzywej blasku, a więc i parametrów fourierowskich nie zależy od czasu. Z uwagi na okresową modulację, krzywe blasku gwiazd z efektem Błażki zmieniają się z sezonu na sezon, prowadząc do wartości amplitud i faz zależnych od fazy cyklu Błażki. Krzywa zfazowana z okresem podstawowym charakteryzuje się dużym rozrzutem punktów, szczególnie w okolicy maksimum blasku, co pokazuje Rysunek 4a. Dopasowywanie szeregu Fouriera do tak wyglądającej krzywej blasku, w większości przypadków nie daje żadnej użytecznej informacji. Jurcsik, Benkő i Szeidl (2002) pokazali też, że żadna z sezonowych krzywych blasku, odpowiadających różnym fazom cyklu Błażki nie odpowiada typowej krzywej blasku gwiazdy RRab pulsującej radialnie i nie nadaje się do określenia metaliczności. Jeśli jednak, odejmiemy dodatkowe częstotliwości obecne w widmie to otrzymamy krzywą blasku, o kształcie niezależnym od czasu, opisującą pulsacje w modzie radialnym – Rysunek 4b. Tą krzywą blasku można wykorzystać do określenia metaliczności gwiazdy RRab wykazującej efekt Błażki. Krzywe blasku odpowiadające dodatkowym częstotliwościom przedstawiają Rysunki 4c,d.



**Rysunek 4.** Krzywe blasku gwiazdy typu RR0-BL2, BW6\_V7 (z katalogu OGLE-I); a) krzywa blasku zfazowana z okresem modu radialnego, b) krzywa blasku po odjęciu dodatkowych częstości, c), d) krzywe blasku odpowiadające dodatkowym częstościom.

### 3 Gwiazdy RRab w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki

Katalog gwiazd zmiennych OGLE-I (Udalski *et al.* 1994, 1995a, 1995b, 1996, 1997) zawiera fotometrię gwiazd pulsujących z 15 pól pokrywających Zgrubienie Centralne Galaktyki. Jest to fotometria głównie w pasmie  $I_C$ , licząca przeciętnie po 100–150 pomiarów jasności na gwiazdę. W katalogu jest 149 gwiazd typu RRab. Krzywe blasku gwiazd jednookresowych analizował już Poretti (2001), zaś gwiazd wykazujących efekt Błażki Moskalik i Poretti (2003). W dalszej części pracy porównuję własności modów radialnych obu tych grup gwiazd, a także korzystając z nowej metody wyznaczania metaliczności, analizuję ich rozkłady metaliczności.

#### 3.1 Analiza krzywych blasku

**Gwiazdy jednookresowe.** W katalogu OGLE-I znajduje się 112 jednookresowych gwiazd RRab. Analiza ich krzywych blasku wyglądała anlogicznie jak analiza krzywych blasku gwiazd próbki kalibracyjnej. Przyjąłem takie same kryteria doboru rzędu, jak i odrzucania punktów. W ten sam sposób poprawiane były okresy (metoda *skanu po okresach*, z krokiem  $10^{-6}$  dnia i początkowymi wartościami okresów z katalogu OGLE). Dodatkowo wraz z szeregiem Fouriera (4), dopasowywałem wyraz o okresie 50000 dni, o ile prowadziło to do zmniejszenia dyspersji fitu. W ten sposób modelowałem ewentualny trend obecny w danych, wynikający na przykład z różnic punktów zerowych fotometrii w różnych sezonach. Podobnie jak Poretti analizowałem jedynie gwiazdy o krzywych blasku dobrej jakości, liczące ponad 60 punktów. Ponadto interesowały mnie gwiazdy, których krzywe blasku opisuje szereg Fouriera rzędu conajmniej trzeciego, co umożliwia określenie metaliczności. Łącznie 91 gwiazd spełniło te kryteria. Jedną z nich, MM7\_V63, najprawdopodobniej należy do galaktyki karłowatej w Strzelcu (Olech 1997), więc pominąłem ją w dalszej analizie.

**Gwiazdy z efektem Błażki.** Wprowadzę najpierw kilka wygodnych oznaczeń. Niech  $f_0$  oznacza częstość modu fundamentalnego, zaś  $\Delta f = f_1 - f_0$ , separację pomiędzy częstością  $f_0$ , a częstością  $f_1$  dodatkowego składnika widma o największej amplitudzie. Jest to wielkość jednoznacznie określona w przypadku gwiazd BL1 i BL2. Dla gwiazd BL1 dodatkowy składnik ma większą częstość niż częstość podstawowa gdy  $\Delta f > 0$ . Widma częstości gwiazd BL1 i BL2 będę opisywał przy pomocy następującego ciągu:  $(N_0, N_-, N_+, N_\Delta)$ , gdzie  $N_0$  to ilość harmonik modu radialnego,  $N_\pm$  to ilość harmonik, przy których pojawiają się dodatkowe składniki o większej ( $N_+$ ) lub mniejszej ( $N_-$ ) częstości, zaś  $N_\Delta$  równe jest jeden, jeśli w widmie obecny jest składnik o częstości  $|\Delta f|$ , lub zero w przeciwnym wypadku. Przykładowo  $(3, 1, 3, 0)$  oznacza gwiazdę typu BL2, w której widmie mamy następujące częstości:  $\{f_0, 2f_0, 3f_0, f_0 - |\Delta f|, f_0 + |\Delta f|, 2f_0 + |\Delta f|, 3f_0 + |\Delta f|\}$ , zaś  $(4, 0, 2, 1)$  to gwiazda typu BL1, w której widmie odnajdujemy częstości:  $\{f_0, 2f_0, 3f_0, 4f_0, f_0 + |\Delta f|, 2f_0 + |\Delta f|, |\Delta f|\}$ .

Moskalik i Poretti (2003) podają w swojej pracy dokładne wartości częstości  $f_0$  i  $\Delta f$  oraz pełne widmo częstości,  $(N_0, N_-, N_+, N_\Delta)$ , dla 35 gwiazd Zgrubienia Centralnego Galaktyki wykazujących efekt Błażki. Aby odjąć dodatkowe składowe pulsacji i otrzymać amplitudy i fazy fourierowskie modu radialnego, najpierw dopasowywałem do krzywej



blasku wielookresowy szereg Fouriera:

$$m'(t) = m_0 + \sum_k A_k \sin(2\pi f_k t + \phi_k) \quad (12)$$

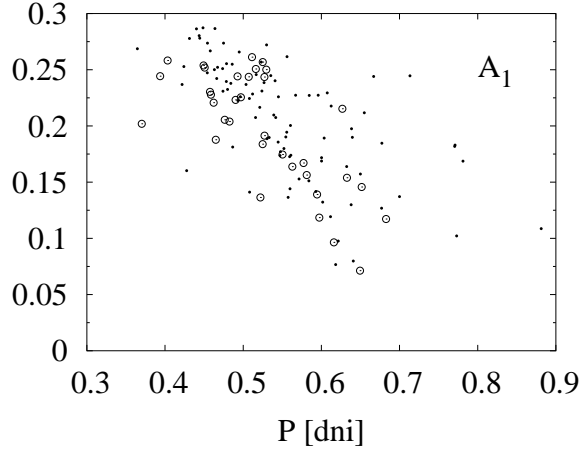
gdzie ilość dopasowywanych wyrazów i ich częstości jest określona przez ciąg  $(N_0, N_-, N_+, N_\Delta)$ , a następnie do dalszej analizy wybierałem  $N_0$  amplitud i faz odpowiadających modowi fundamentalnemu i jego harmonikom. Podobnie jak w przypadku analizy gwiazd jednookresowych, dodatkowo uwzględniałem wyraz modelujący trend, o ile prowadziło to do zmniejszenia dyspersji fitu.

Widma częstości pięciu spośród 35 gwiazd wykazujących efekt Błażki zawierają dodatkowe struktury, które ciąg typu  $(N_0, N_-, N_+, N_\Delta)$  opisuje jedynie w sposób przybliżony lub opisuje je źle. W przypadku dwóch gwiazd typu BL1 amplituda i/lub faza piku fundamentalnego (MM5A\_V46) lub dodatkowego (BW5\_V36) są zmienne. W wypadku innego dubletu (BW7\_V15), drugi harmonik modu fundamentalnego ma zmienną częstość. Ponadto BW9\_V24 nie jest dokładnie równoodstępnym trypletem, zaś w przypadku BWC\_V106 dwa dodatkowe piki występują po tej samej stronie piku odpowiadającego częstości modu fundamentalnego. Dzięki danym zawartym w pracy Moskalika i Poretiego (2003) dotyczącym widm częstości tych gwiazd, mogłem uwzględnić te efekty w sposób bardziej poprawny, uwzględniając dodatkowe wyrazy w szeregu (12).

### 3.2 Krzywe blasku gwiazd RRab Zgrubienia Centralnego Galaktyki

Wcześniejsze prace dotyczące gwiazd z efektem Błażki (np. Moskalik i Poretti 2003, Alcock *et al.* 2003) pokazały, iż pomiędzy grupami BL1 i BL2 nie ma istotnych różnic, jeśli chodzi o własności modu radialnego. Dlatego dalej nie będę rozróżniał między tymi grupami i będę je oznaczał wspólnym symbolem BL. Analizowana próbka zawiera 90 gwiazd RR0-S i 35 gwiazd RR0-BL, co stanowi 28% całej próbki.

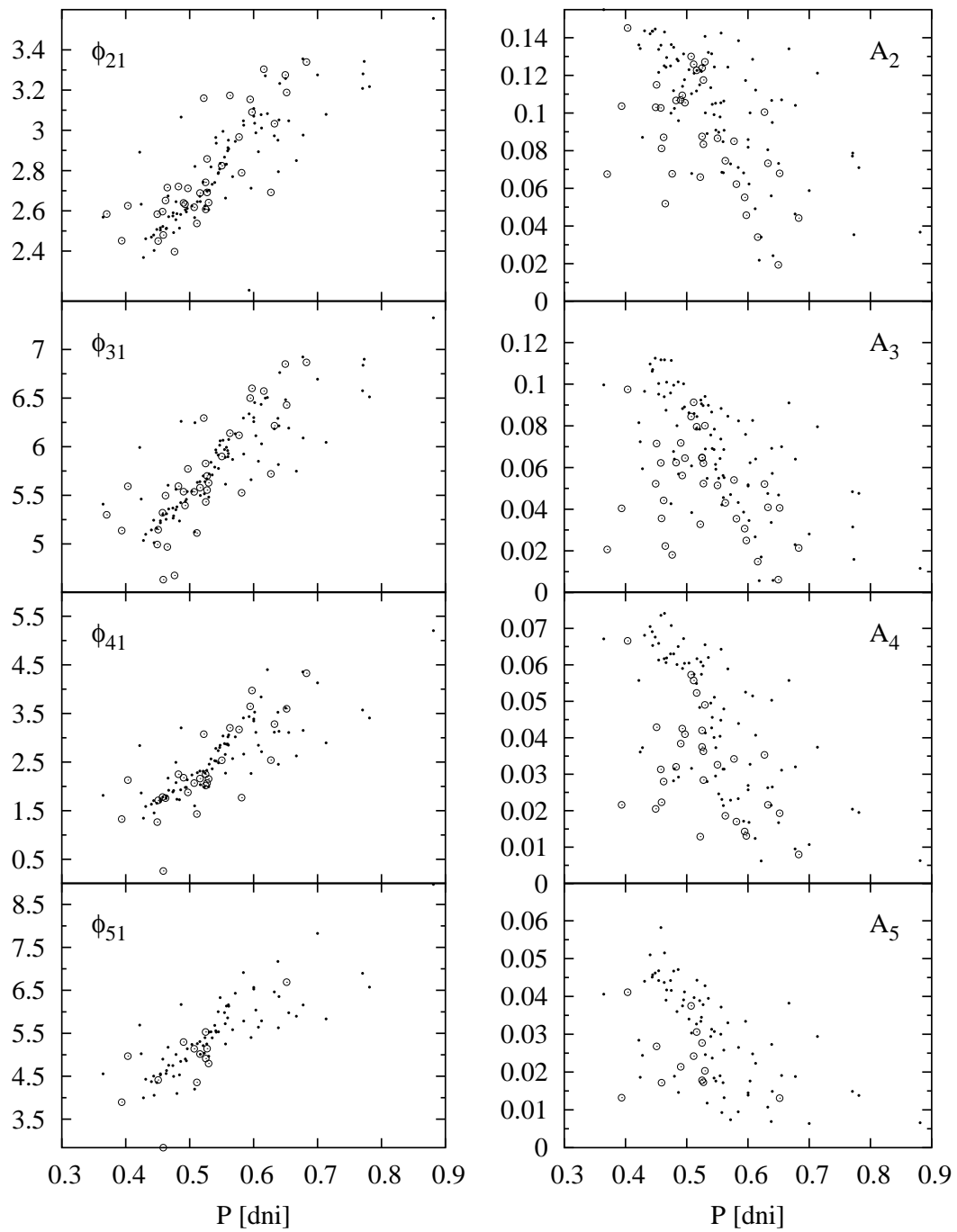
Wykres amplitudy fourierowskiej modu radialnego,  $A_1$ , w funkcji okresu pulsacji przedstawia Rysunek 5, natomiast wykresy zależności faz,  $\phi_{21} - \phi_{51}$  oraz pozostałych amplitud,  $A_2 - A_5$  od okresu przedstawia Rysunek 6. Okresy pulsacji mieszczą się w przedziale 0.3 – 0.9 dnia, przy czym okresy pulsacji gwiazd z efektem Błażki są mniejsze niż 0.7 dnia. Na wykresach typu faza–okres oraz na wykresie  $A_1(P)$ , nie widać wyraźnego rozróżnienia pomiędzy gwiazdami jednookresowymi i gwiazdami z efektem Błażki. Natomiast na wykresach wyższych amplitud ( $A_2 - A_5$ ) w funkcji okresu widzimy wyraźnie, że gwiazdy wykazujące efekt Błażki preferują niższe wartości amplitud przy danych okresach. Efekt widać wyraźnie gdy policzymy średnie wartości amplitud i faz. Obliczone wartości zawarte są w Tabeli 3. Średnie liczyłem w trzech binach, odpowiadających okresom: poniżej 0.5 dnia, 0.5 – 0.6 dnia i powyżej 0.6 dnia, tak aby w każdym binie ilość obiektów była znacząca. W przypadku faz istotnie nie widać żadnej systematycznej różnicy, natomiast wszystkie amplitudy, w każdym zakresie okresów są mniejsze dla gwiazd z efektem Błażki, przy czym najmniejszą różnicę widzimy w przypadku amplitudy  $A_1$ . Efekt ten jest także widoczny na wykresach amplitud  $A_2 - A_5$  w funkcji amplitudy fourierowskiej modu radialnego  $A_1$ , szczególnie dla amplitud  $A_3 - A_5$ , co przedstawia Rysunek 7. Widać, że początkowo zarówno gwiazdy jednookresowe jak i z efektem Błażki zachowują się podobnie. Jednak w okolicy  $A_1 \sim 0.23$  te drugie preferują niższe wartości amplitud.



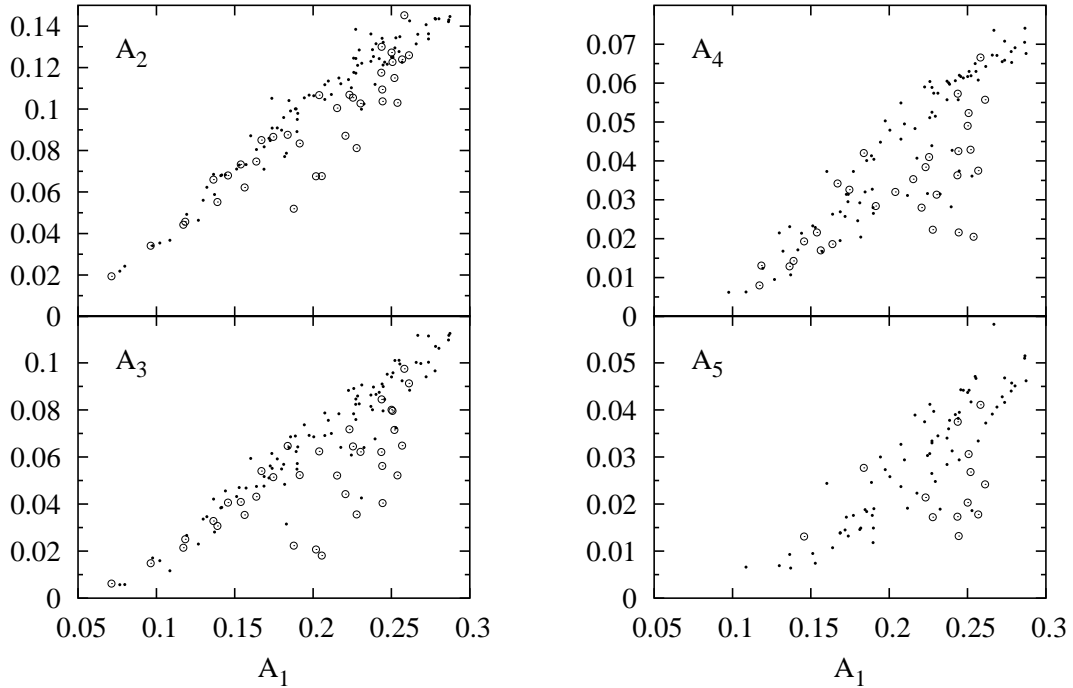
**Rysunek 5.** Zależność amplitudy fourierowskiej  $A_1$  od okresu, dla gwiazd jednookresowych (·) i gwiazd wykazujących efekt Błażki (◦) ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki.

	$P \leq 0.5$		$P \in (0.5, 0.6)$		$P > 0.6$	
	RR0-S	RR0-BL	RR0-S	RR0-BL	RR0-S	RR0-BL
$A_1$	0.251(5)	0.227(5)	0.203(6)	0.20(1)	0.162(9)	0.13(2)
$A_2$	0.128(3)	0.097(6)	0.106(4)	0.093(7)	0.076(6)	0.06(1)
$A_3$	0.091(3)	0.051(6)	0.070(3)	0.057(5)	0.045(5)	0.029(6)
$A_4$	0.059(2)	0.035(4)	0.044(2)	0.033(4)	0.026(3)	0.021(4)
$A_5$	0.040(2)	0.024(4)	0.028(2)	0.025(2)	0.018(2)	0.013(-)
$\phi_{21}$	2.57(2)	2.59(3)	2.78(3)	2.84(5)	3.12(3)	3.14(8)
$\phi_{31}$	5.37(5)	5.25(9)	5.83(4)	5.8(1)	6.39(7)	6.4(1)
$\phi_{41}$	1.92(7)	2.3(6)	2.58(7)	2.9(4)	3.4(1)	3.4(3)
$\phi_{51}$	4.73(9)	4.3(4)	5.59(9)	5.0(1)	6.5(2)	6.7(-)

**Tabela 3.** Średnie wartości amplitud i faz fourierowskich w trzech zakresach okresów dla gwiazd jednookresowych (RR0-S) i wykazujących efekt Błażki (RR0-BL) ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki. W nawiasach podałem błąd ostatniej cyfry znaczącej wartości średniej; (-) oznacza, że w danym binie jest tylko jedna gwiazda i błędowi średniej nie można policzyć.



**Rysunek 6.** Zależność faz i amplitud fourierowskich od okresu, dla gwiazd jednookresowych (·) i gwiazd wykazujących efekt Błazki (○) ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki.

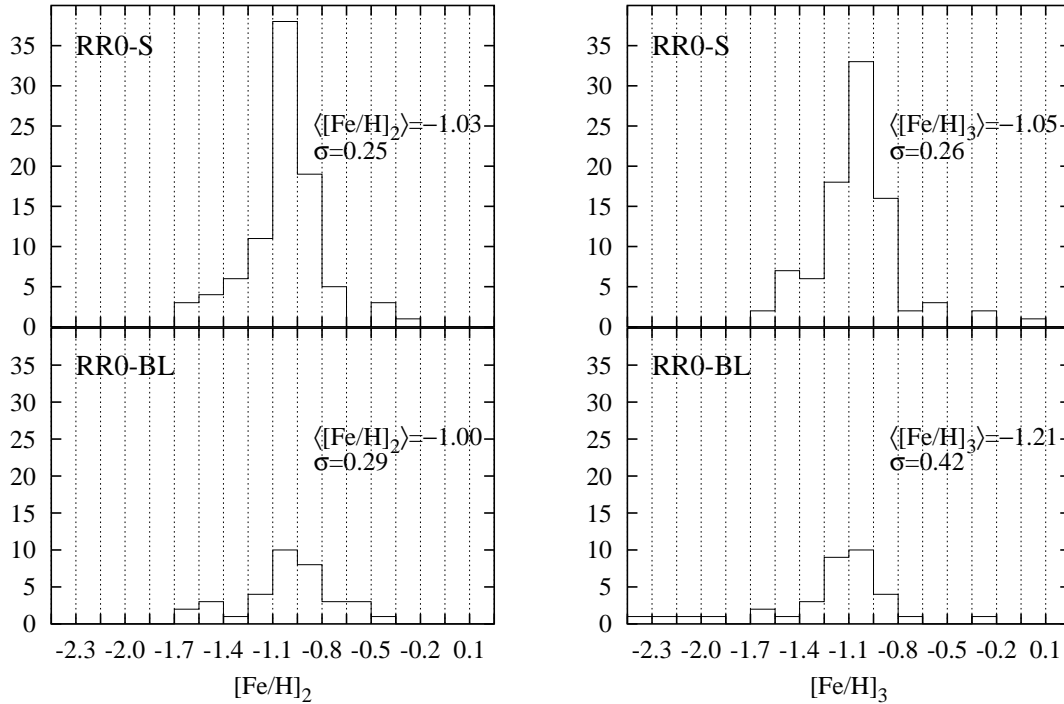


**Rysunek 7.** Zależność amplitud  $A_2 - A_5$ , od amplitudy fourierowskiej modu radialnego  $A_1$ . Oznaczenia: (·) RR0-S, (○) RR0-BL.

Należy pamiętać, że zależności te dotyczą łącznie 125 gwiazd, nie jest to więc bardzo liczna próba. Statystycznie bardziej znaczące wnioski dotyczące właściwości modu radialnego gwiazd typu RR0-BL, można będzie wyciągać dla liczącego kilka tysięcy gwiazd RRab Wielkiego Obłoku Magellana.

### 3.3 Metaliczność gwiazd RRab Zgrubienia Centralnego Galaktyki – gwiazdy wykazujące efekt Błazki

Dla wszystkich gwiazd wyznaczałem metaliczności przy użyciu obu opisanych formuł, dwuparametrowej i trzyparametrowej. Uzyskane histogramy metaliczności przedstawia Rysunek 8. Widać, że obie kalibracje dwu- i trzyparametrowa dają takie same wyniki jeśli chodzi o gwiazdy jednookresowe. Średnie wartości metaliczności wynoszą  $-1.03 \pm 0.03$  (kalibracja dwuparametrowa) i  $-1.05 \pm 0.03$  (kalibracja trzyparametrowa). Większość gwiazd ma metaliczności z przedziału  $(-1.4, -0.8)$ . Jeśli chodzi o gwiazdy z efektem Błazki to kalibracja dwuparametrowa daje rozkład metaliczności podobny do rozkładu gwiazd jednookresowych, z praktycznie równą wartością średnią ( $-1.00 \pm 0.05$ ). Natomiast kalibracja trzyparametrowa daje im mniejszą wartość metaliczności, średnia wynosi  $-1.21 \pm 0.07$ . Nie jest to wynik nieoczekiwany. Jak wynika z Rysunków 6 i 7 oraz Tabeli 3 gwiazdy z efektem Błazki mają średnio niższą wartość amplitudy  $A_2$  niż gwiazdy jednookresowe, a kalibracja trzyparametrowa używa właśnie tej amplitudy. Z postaci kalibracji (równanie (8)) wynika zaś, iż efekt ten prowadzi do zmniejszenia wyznaczonej metaliczności. Efekt widać bardzo wyraźnie na wykresie porównującym dwie kalibracje – Rysunek 9. Ponownie widać, że prowadzą one do zgodnych wyników w przypadku gwiazd



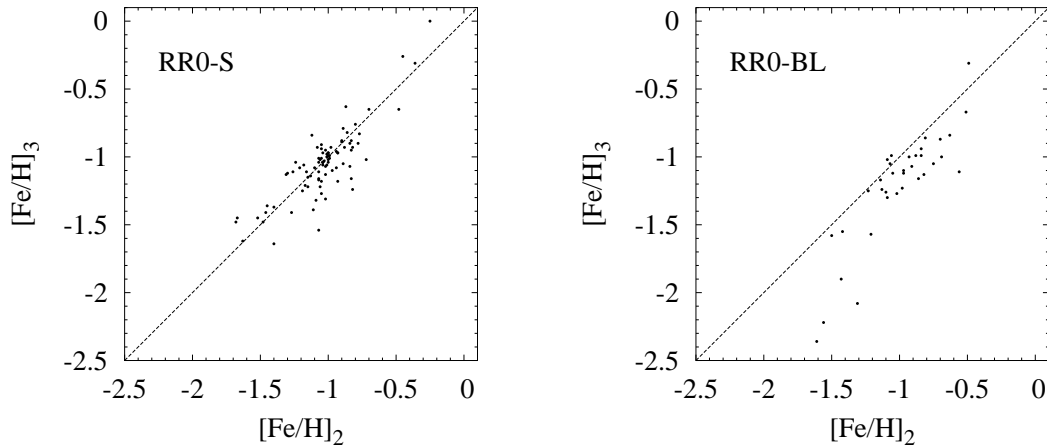
**Rysunek 8.** Histogramy metaliczności otrzymane z kalibracji dwuparametrowej (lewy panel) i trzyparametrowej (prawy) dla gwiazd jednookresowych (RR0-S) i wykazujących efekt Błażki (RR0-BL) ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki. Szerokość binów wynosi 0.15. Przy każdym histogramie podałem wartość średnią,  $\langle [Fe/H] \rangle$  oraz dyspersję metaliczności w próbce,  $\sigma$ .

jednookresowych, zaś dla gwiazd wykazujących efekt Błażki kalibracja trzyparametrowa daje mniejsze wartości metaliczności.

Powstaje więc pytanie, która kalibracja, dwu- czy trzyparametrowa daje prawidłowy rozkład metaliczności gwiazd z efektem Błażki. Odpowiada to pytaniu, czy mniejsze wartości amplitudy  $A_2$  (i innych amplitud) dla gwiazd z efektem Błażki są efektem ich mniejszej metaliczności, czy też są konsekwencją efektu Błażki, prowadzącego do zmiany amplitud modu radialnego. Dwa argumenty świadczą, że to drugie wytłumaczenie jest słuszne. Po pierwsze kalibracja dwuparametrowa, będąca dobrym estymatorem metaliczności (ma jedynie większą dyspersję niż trzyparametrowa) nie prowadzi do mniejszej metaliczności gwiazd RR0-BL. Ponadto dla gwiazd RR0-BL zaburzone są relacje pomiędzy amplitudami fourierowskimi, co widać na Rysunku 7. Zatem wydaje się, że mamy do czynienia z efektem dynamicznym, nie związanym bezpośrednio z metalicznością. Dlatego w odniesieniu do gwiazd z efektem Błażki używać będę kalibracji dwuparametrowej. Do różnic pomiędzy dwoma kalibracjami powrócę jeszcze przy omawianiu gwiazd z LMC.

Niezależnie jednak od zastosowanej formuły kalibracyjnej, otrzymany rezultat nie potwierdza hipotezy Moskalika i Poretiego (2003). Gwiazdy z efektem Błażki wcale nie preferują większych wartości metaliczności jakby to wynikało z większej częstości ich występowania w bardziej metalicznym Zgrubieniu Centralnym Galaktyki.

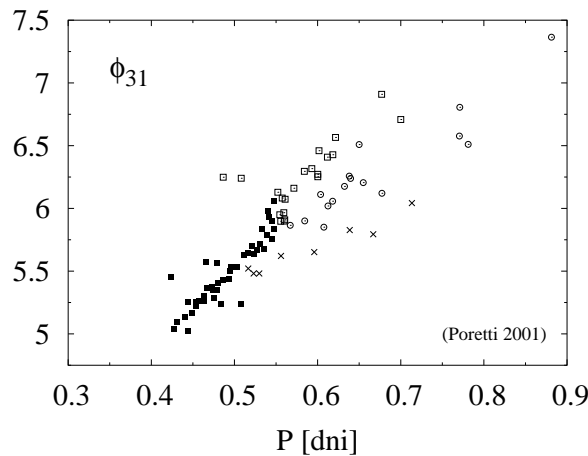
Zależności okresu cyklu Błażki,  $P_B$  oraz amplitud dodatkowych częstości od metaliczności omówię dalej, przy analizie gwiazd z LMC, z katalogu OGLE-II, w którym ilość gwiazd wykazujących efekt Błażki jest ponad dwadzieścia razy większa.



**Rysunek 9.** Porównanie metaliczności uzyskiwanych z kalibracji dwu- i trzyparametrowej dla gwiazd RR0-S (lewy panel) i RR0-BL (prawy) ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki. Dla porównania zaznaczone są diagonale.

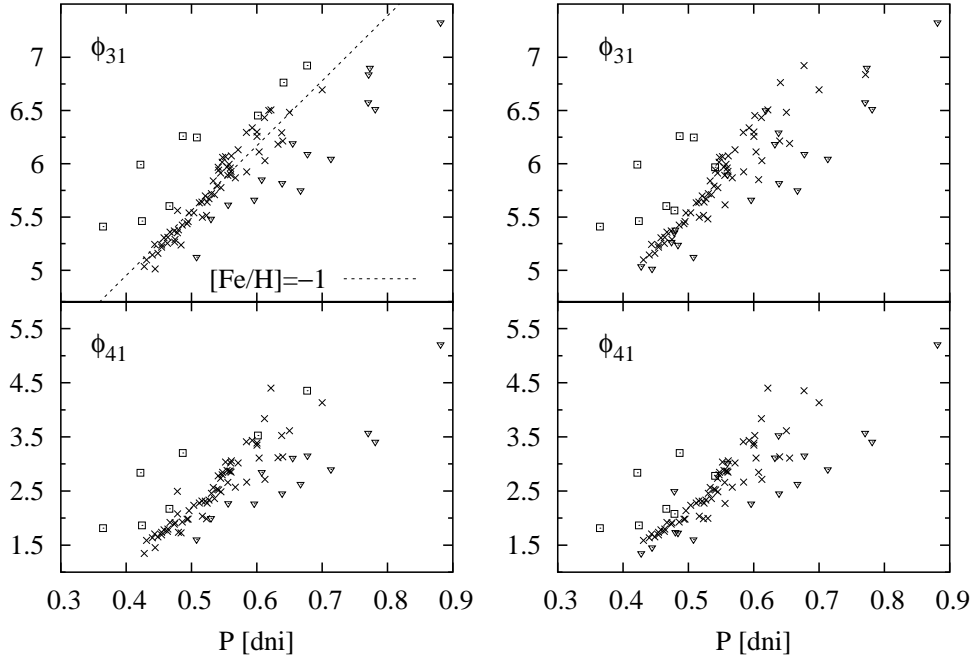
### 3.4 Metaliczność gwiazd RRab Zgrubienia Centralnego Galaktyki – gwiazdy jednookresowe

Warto także przyjrzeć się, gdzie na wykresach typu faza–okres znajdują się gwiazdy o różnych metalicznościach. Poretti (2001) zasugerował, że trzy ciągi gwiazd jakie wyodrębnił na tych diagramach są związane z metalicznością gwiazd. Na rysunku 10 przedstawiam rekonstrukcję oryginalnego wykresu Poretiego dla zależności  $\phi_{31}(P)$  z zaznaczonymi trzema ciągami.



**Rysunek 10.** Trzy ciągi gwiazd (różne symbole) wyodrębnione przez Poretiego na wykresach typu faza–okres. Użyłem oryginalnych danych Poretiego dostępnych za pośrednictwem CDS, <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/371/986>.

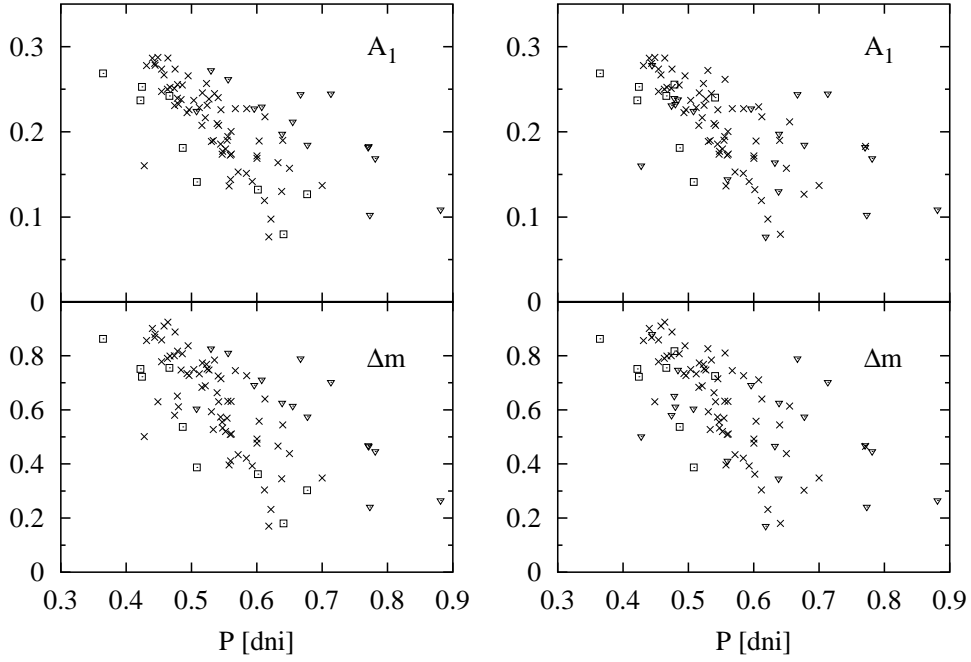
Istotnie, sama postać kalibracji zawierających okres, fazę  $\phi_{31}$  i ewentualnie amplitudę  $A_2$  wskazuje, iż taki związek istnieje. Nie ma on jednak dokładnie takiej postaci, jaką przewiduje Poretti. Rysunek 11 przedstawia wykresy faz  $\phi_{31}$  i  $\phi_{41}$  w funkcji okresu,



**Rysunek 11.** Rozmieszczenie gwiazd o różnych metalicznosciach na diagramach faza-okres. Lewy panel – metaliczności uzyskane z kalibracji dwuparametrowej, prawy panel – z kalibracji trzyparametrowej. Oznaczenia: ( $\square$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.8$ ; ( $\times$ )  $-1.2 < [\text{Fe}/\text{H}] < -0.8$ ; ( $\nabla$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.2$ . Dla kalibracji dwuparametrowej i wykresu fazy  $\phi_{31}$  zaznaczona jest linia izometalliczności,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1$ .

przy czym różnymi symbolami zaznaczyłem gwiazdy o różnych metalicznosciach. Metaliczności liczone były z formuły dwuparametrowej (lewy panel) lub trzyparametrowej (prawy). Na wykresach są tylko gwiazdy jednookresowe, RR0-S. Jeśli stosujemy kalibrację dwuparametrową, zawierającą okres i fazę  $\phi_{31}$  (lewy panel), to na wykresie  $\phi_{31}(P)$  gwiazdy o równych metalicznosciach układają się wzdłuż linii prostych, gwiazdy o dużych metalicznosciach w lewej, górnej, zaś te o małych metalicznosciach w prawej, dolnej części wykresu. Własność ta przenosi się i na wyższe fazy, co dla  $\phi_{41}$  również przedstawia Rysunek 11. Główny ciąg jest tworzony przez gwiazdy o  $[\text{Fe}/\text{H}] \approx -1$ . Stosowanie kalibracji trzyparametrowej, zawierającej dodatkowo amplitudę  $A_2$  (prawy panel) prowadzi jedynie do niewielkiego przemieszania. Słuszne jest więc stwierdzenie, że gwiazdy o różnych metalicznosciach zajmują na wykresach faza-okres różne obszary, zaś linie izometalliczności przebiegają w przybliżeniu równoległe do głównego ciągu gwiazd na tych wykresach. Trzy odrębne ciągi gwiazd zidentyfikowane przez Poretiego są jednak bardziej efektem wizualnym, wynikającym z niewielkiej liczności próby.

Rysunek 12 przedstawia diagram amplituda-okres (diagram Baileya) dla gwiazd RR0-S ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki. Ponownie gwiazdy o różnych metalicznosciach oznaczyłem różnymi symbolami. Amplitudy liczone były dwoma sposobami – górne panele pokazują amplitudę fourierowską  $A_1$ , zaś dolne amplitudę zmian jasności  $\Delta m$ , określoną na podstawie dopasowanej krzywej blasku. Widać, że stosowana metoda określania metaliczności, pomimo dość dużego błędu wyznaczanych wartości  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , dobrze odtwarza znaną zależność, że przy danej amplitudzie, gwiazdy o niższych metalicznosciach



**Rysunek 12.** Diagramy Baileya (amplituda–okres) dla gwiazd jednookresowych o różnych metalicznościach.  $A_1$  – amplituda fourierowska modu radialnego,  $\Delta m$  – amplituda zmian jasności, określona na podstawie krzywej blasku. Lewy panel – metaliczności uzyskane z kalibracji dwuparametrowej, prawy panel – z kalibracji trzyparametrowej.

Oznaczenia: (□)  $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.8$ ; (×)  $-1.2 < [\text{Fe}/\text{H}] < -0.8$ ; (▽)  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.2$ .

mają dłuższy okres. Główny ciąg tworzony jest przez najbardziej liczną grupę gwiazd o  $[\text{Fe}/\text{H}] \approx -1$ . Grupy gwiazd o różnych metalicznościach zachodzą na siebie, co wynika między innymi z wąskiego zakresu metaliczności gwiazd Zgrubienia Centralnego Galaktyki i dość dużego błędu metody określania metaliczności. Do wykresów Baileya powrócę jeszcze przy omawianiu gwiazd z LMC.



## 4 Gwiazdy RRab w Wielkim Obłoku Magellana

Katalog OGLE-II gwiazd RR Lyr w LMC (Soszyński *et al.* 2003) zawiera między innymi 5455 gwiazd RRab, a także listę 843 obiektów wielookresowych. Obserwacje prowadzone były w 21 polach pokrywających centralny, najbogatszy w gwiazdy obszar LMC. 115 gwiazd należy do 6 gromad gwiazdowych z LMC. Jest to fotometria bardzo dobrej jakości, głównie w pasmie  $I_C$ , uzyskana metodą odejmowania obrazów. Przeciętnie, każda gwiazda ma 200 – 400 pomiarów jasności w  $I_C$ .

### 4.1 Analiza krzywych blasku

**Gwiazdy jednookresowe.** Z uwagi na bardzo dużą ilość gwiazd typu RR0-S – 4608, analiza krzywych blasku musi być automatyczna. Algorytm jest dość prosty i przedstawia się następująco:

- używając okresu z katalogu OGLE-II znajdujący jest najwyższy rząd rozwinięcia  $N$ , przy którym spełniony jest warunek (5);
- dla znalezionej rzędu, okres jest poprawiany metodą *skanu po okresach*, z krokiem  $10^{-7}$  dnia – metoda ta jest w tym wypadku szybka, bo startowe okresy z katalogu OGLE okazały się bardzo dobre;
- sprawdzane jest czy wyraz o okresie 50000 dni, modelujący ewentualny trend, poprawia jakość rozwiązania;
- przy każdym kroku, w którym do krzywej blasku dopasowywany jest szereg Fouriera, odrzucane są punkty odstające od fitu o ponad  $4\sigma$ .

Do dalszej analizy używam tylko gwiazd, których krzywe blasku rozwijały się w szereg Fouriera do rzędu conajmniej 3, gdyż tylko dla tych gwiazd mogę określić metaliczność. Tych gwiazd jest 4199. Jedna z nich (OGLE052208.21-692019.8) ma złą fotometrię z ponad 10 punktami odstającymi od fitu znacznie powyżej  $4\sigma$ , inna zaś (OGLE051753.90-690509.0) ma bardzo nietypową krzywą blasku, o zdecydowanie większych wartościach faz fourierowskich w porównaniu do reszty gwiazd. Po odrzuceniu tych dwóch obiektów mamy 4197 gwiazd typu RR0-S.

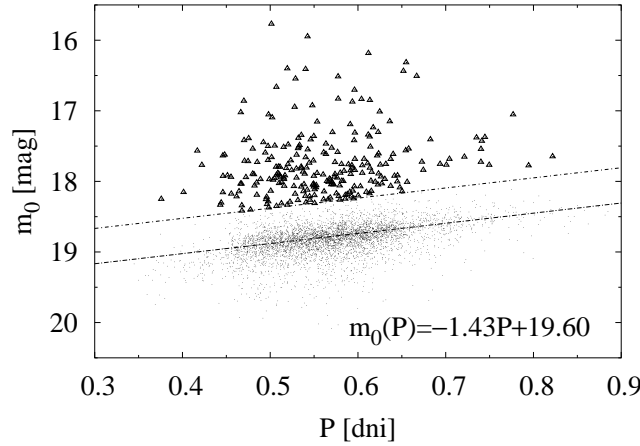
**Gwiazdy z efektem Błażki.** Sytuacja jest tu zdecydowanie inna, niż w przypadku Zgrubienia Centralnego Galaktyki. Grupa OGLE opublikowała jedynie listę gwiazd, w których widmach mamy dodatkowe częstości, wraz z okresem modu fundamentalnego i okresem odpowiadającym jednej dodatkowej częstości – z dość ograniczoną dokładnością  $10^{-5}$  dnia (Soszyński *et al.* 2003). Nie wyróżniono, które z gwiazd są lub ewentualnie mogą być typu BL2; po prostu podano częstość dodatkowego piksu o największej amplitudzie. Należy więc znaleźć pełne widmo częstości oraz poprawić okresy. Poszukiwałem jedynie gwiazd typu BL1 i BL2, konkretnie widm typu  $(N_0, N_+, N_-, N_\Delta)$ , bez multipletów, nierównoodstępnych trypletów i gwiazd wykazujących zmianę okresu – tego typu widma stanowią jednak mały procent obserwowanych (Alcock *et al.* 2003). Procedura opierała się nie na znajdowaniu widm bezpośrednio, stosując na przykład periodogram Lomba-Scargle’a (jak to zostało zrobione np. u Mizerskiego (2003)), lecz na dopasowywaniu do krzywej blasku wielookresowego szeregu Fouriera o spodziewanych częstościach i

poszukiwaniu wyrazów o dużym stosunku amplitudy do jej błędu (warunek(5)). Z uwagi na ilość gwiazd – 843, procedurę w pełni zautomatyzowałem. Parametrami wejściowymi są podane w katalogu OGLE częstość modu fundamentalnego oraz większa lub mniejsza częstość dodatkowa. Dla każdej gwiazdy mamy więc właściwie pewność, że jest ona conajmniej dubletem, i wiemy po której stronie częstości podstawowej występuje ta dodatkowa. Trzeba jeszcze sprawdzić, czy nie mamy do czynienia z trypletem. Szczegóły algorytmu zawiera Dodatek. Generalnie dopasowywane były wszystkie częstości odpowiadające sensownym wartościom ( $N_0$ ,  $N_+$ ,  $N_-$ ,  $N_\Delta$ ). W każdym kroku odrzucane były punkty odstające od fitu o ponad  $4\sigma$ , z pewnymi ograniczeniami, uniemożliwiającymi dopasowywanie nieistniejących naprawdę częstości poprzez odrzucanie dużej ilości punktów (szczegóły w Dodatku). Podobnie za każdym razem sprawdzane było, czy wyraz modelujący ewentualny trend prowadzi do zmniejszenia dyspersji fitu. Zapamiętywane były jedynie te ciągi ( $N_0$ ,  $N_+$ ,  $N_-$ ,  $N_\Delta$ ), dla których wszystkie amplitudy spełniały warunek (5) i spośród nich ten był uznawany za najlepiej reprezentujący widmo częstości, dla którego odpowiadający fit miał najmniejszą dyspersję. Dla tak znalezionej sekwencji ( $N_0$ ,  $N_+$ ,  $N_-$ ,  $N_\Delta$ ) poprawiane były okresy. Wartości przy których dyspersja fitu osiągała minimum szukane były metodą sprzężonych kierunków (Zangwill, W.I. 1969, algorytm II; kod odpowiedniej procedury, napisany przez Aleksandra Schwarzenberg-Czernego, zaczerpnięty z biblioteki CAMKu). Ostatecznie cały algorytm uruchamiałem jeszcze raz, z poprawionymi częstościami jako danymi wejściowymi, aby znaleźć nowy ciąg ( $N_0$ ,  $N_+$ ,  $N_-$ ,  $N_\Delta$ ). Do dalszej analizy wybierane były tylko gwiazdy, dla których  $N_0 \geq 3$ , aby możliwe było określenie ich metaliczności. Łącznie 737 gwiazd wykazujących efekt Błażki spełnia powyższe kryterium. 58% z nich jest typu BL1, 42% typu BL2. Odpowiednie wartości dla gwiazd z katalogu MACHO (Alcock *et al.* 2003) to 55% (BL1) i 45% (BL2). Wyniki są więc zgodne. Większa częstość detekcji gwiazd typu BL2 dla katalogu OGLE-II wynika z lepszej fotometrii, o niższym poziomie szumu. Ponadto różnica może wynikać z rozważania przede mną tylko gwiazd, dla których  $N_0 \geq 3$ .

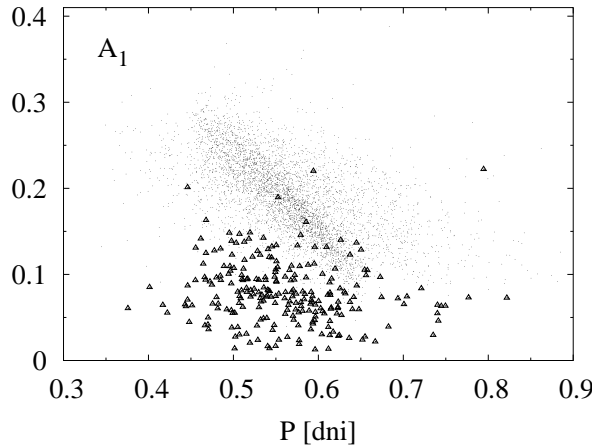
Efektywność algorytmu sprawdziłem uruchamiając go dla gwiazd wykazujących efekt Błażki ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki, dla których znane jest dokładne widmo częstości (Moskalik i Poretti 2003). Tylko w dwóch przypadkach na trzydzieści algorytm odnalazł nieprawidłowy ciąg ( $N_0$ ,  $N_+$ ,  $N_-$ ,  $N_\Delta$ ). Szczegółową analizę przedstawiam w Dodatku.

**Gwiazdy zblendowane w LMC.** Rysunek 13 przedstawia wykres zależności okres–jasność widoma,  $P - m_0$ , dla gwiazd z LMC. Jasności to wyrazy zerowe dopasowywanych szeregów Fouriera, niepoprawiane na ekstynkcję. Wyraźnie widoczna jest grupa gwiazd jaśniejszych od pozostałych. Grupę tą wyodrębniłem dopasowując do zależności okres–jasność prostą, i uznając za nietypowo jasne te gwiazdy, które leżą o ponad 0.5 wielkości gwiazdowej powyżej tej prostej (Rysunek 13). Soszyński *et al.* (2003) wśród możliwych interpretacji podają, że możemy mieć do czynienia z gwiazdami zblendowanymi, lub z gwiazdami wykazującymi inny typ zmienności, np.  $\delta$  Scuti, czy anomalnymi cefeidami, a także z gwiazdami z halo LMC. Wydaje się, że obserwowana grupa to w większości przypadków po prostu gwiazdy zblendowane, o czym świadczą ich amplitudy fourierowskie. Blendowanie prowadzi do zmniejszenia amplitud co uwidacznia Rysunek 14, przedstawiający przykładowo zależność amplitudy  $A_1$  od okresu.

Wszystkie te gwiazdy wykluczam z dalszej analizy. Oczywiście sposób oddzielenia grupy gwiazd jaśniejszych sprawia, że w pojedynczych przypadkach mogły zostać odrzu-



**Rysunek 13.** Diagram okres–jasność dla gwiazd z LMC (bez rozróżnienia RR0-S i RR0-BL). ( $\triangle$ ) – gwiazdy o większej jasności, leżące 0.5 wielkości gwiazdowej powyżej dopasowanej zależności  $m_0(P)$ .



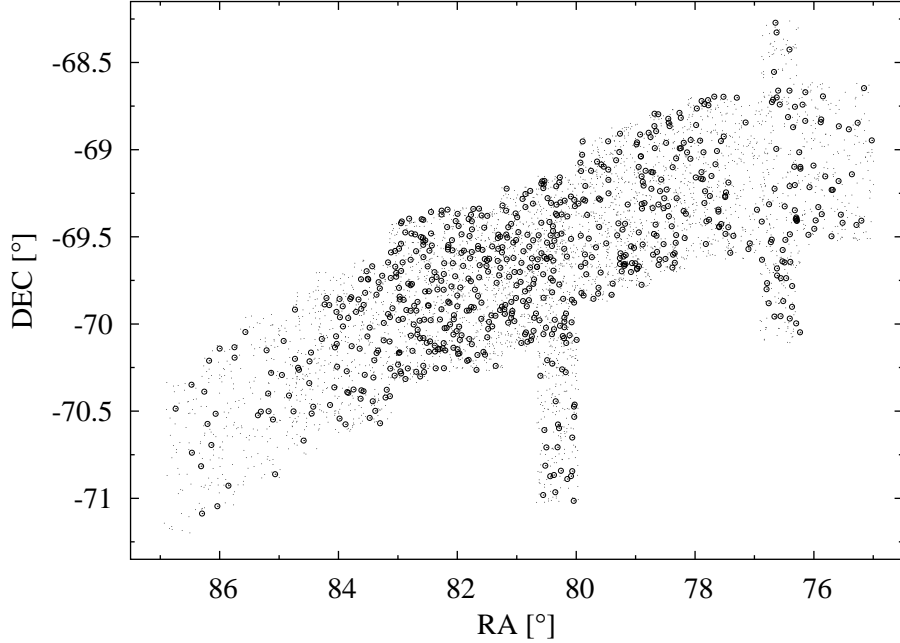
**Rysunek 14.** Zależność amplitudy  $A_1$  od okresu dla gwiazd z LMC (bez rozróżnienia RR0-S i RR0-BL). ( $\triangle$ ) – gwiazdy potencjalnie zblendowane, o większej jasności.

cone gwiazdy niezblendowane, jak i odwrotnie, w ostatecznej próbie znalazły się przypadki gwiazd zblendowanych.

Ostatecznie do dalszej analizy pozostaje: 3990 gwiazd typu RR0-S i 702 gwiazdy typu RR0-BL. Gwiazdy wykazujące efekt Błazki stanowią więc około 15% rozważanej próby. W przypadku Zgrubienia Centralnego Galaktyki stanowiły 28% gwiazd RRab ( $\sim 2$  razy większy odsetek niż w LMC), lecz było ich około 20 razy mniej. Rozmieszczenie gwiazd wykazujących efekt Błazki pokazuje Rysunek 15. Zgodnie z oczekiwaniem jest ich najwięcej w najgęstszych rejonach LMC.

## 4.2 Krzywe blasku gwiazd RRab w LMC

Wykres amplitudy fourierowskiej modu radialnego  $A_1$ , w funkcji okresu pulsacji, przedstawia Rysunek 16, natomiast wykresy zależności faz  $\phi_{21} - \phi_{51}$  oraz pozostałych

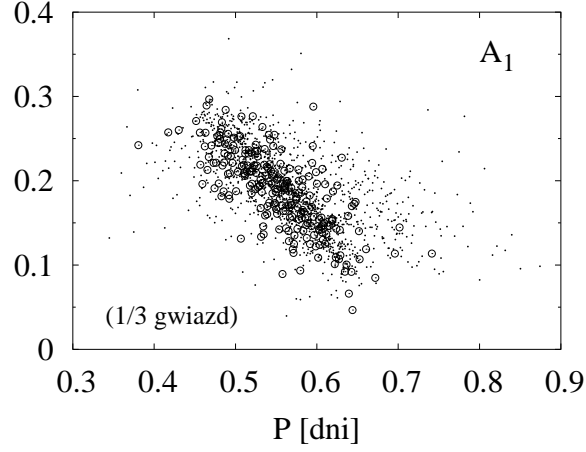


**Rysunek 15.** Rozmieszczenie gwiazd wykazujących efekt Błażki (○) oraz jednookresowych (●) w LMC.

amplitud  $A_2 - A_5$  od okresu przedstawia Rysunek 17. Dla przejrzystości na Rysunkach tych zazaczyłem jedynie co trzecią gwiazdę<sup>1</sup>. Podobnie jak w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki okresy pulsacji mieszczą się w przedziale 0.3 – 0.9 dnia, przy czym okresy pulsacji gwiazd z efektem Błażki są generalnie mniejsze niż 0.7 dnia. Jedynie siedem gwiazd ma okresy dłuższe. Histogram okresów obu grup gwiazd przedstawia Rysunek 18. Na Rysunku podałem częstości występowania gwiazd wykazujących efekt Błażki wraz z błędami, obliczonymi zgodnie z formułą z pracy Alcocka *et al.* (2003). Skrajne biny zostały połączone w pary, aby ilość gwiazd RR0-BL była znacząca. Widać, że do okresu 0.6 dnia gwiazdy z efektem Błażki stanowią około 17% wszystkich, zaś powyżej 0.6 dnia widać wyraźny spadek częstości występowania tych gwiazd. Efekt nie jest tak bardzo widoczny w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki. Tu, z uwagi na małą liczebność próby wyodrębniłem jedynie dwa biny uzyskując następujące częstości występowania gwiazd z efektem Błażki:  $31 \pm 5\%$  dla  $P < 0.6$  dnia i  $19 \pm 7\%$  dla  $P > 0.6$  dnia. Widać więc spadek częstości występowania gwiazd RR0-BL powyżej okresu 0.6 dnia, lecz z uwagi na duże błędy określonych częstości nie jest to efekt bardzo znaczący. W przypadku LMC zaś, widać wyraźny deficyt gwiazd RR0-BL powyżej okresu około 0.6 dnia.

Na wykresach typu faza–okres (Rysunek 17) nie widać wyraźnego rozróżnienia pomiędzy gwiazdami jednookresowymi i gwiazdami z efektem Błażki. Jednakże średnie wartości faz gwiazd z efektem Błażki są nieco mniejsze, co wynika z Tabeli 4. Średnie liczyłem w trzech binach, analogicznie jak w przypadku Zgrubienia Centralnego Galaktyki (Tabela 3). Najślabiej różnica ta jest zarysowana dla fazy  $\phi_{21}$ , zaś dla faz wyższego rzędu, gwiazdy z efektem Błażki mają nieco niższe średnie wartości faz (za wyjątkiem binu  $P \leq 0.5$  dnia i fazy  $\phi_{51}$  gdzie średnie fazy są sobie równe). Na wykresach amplituda–

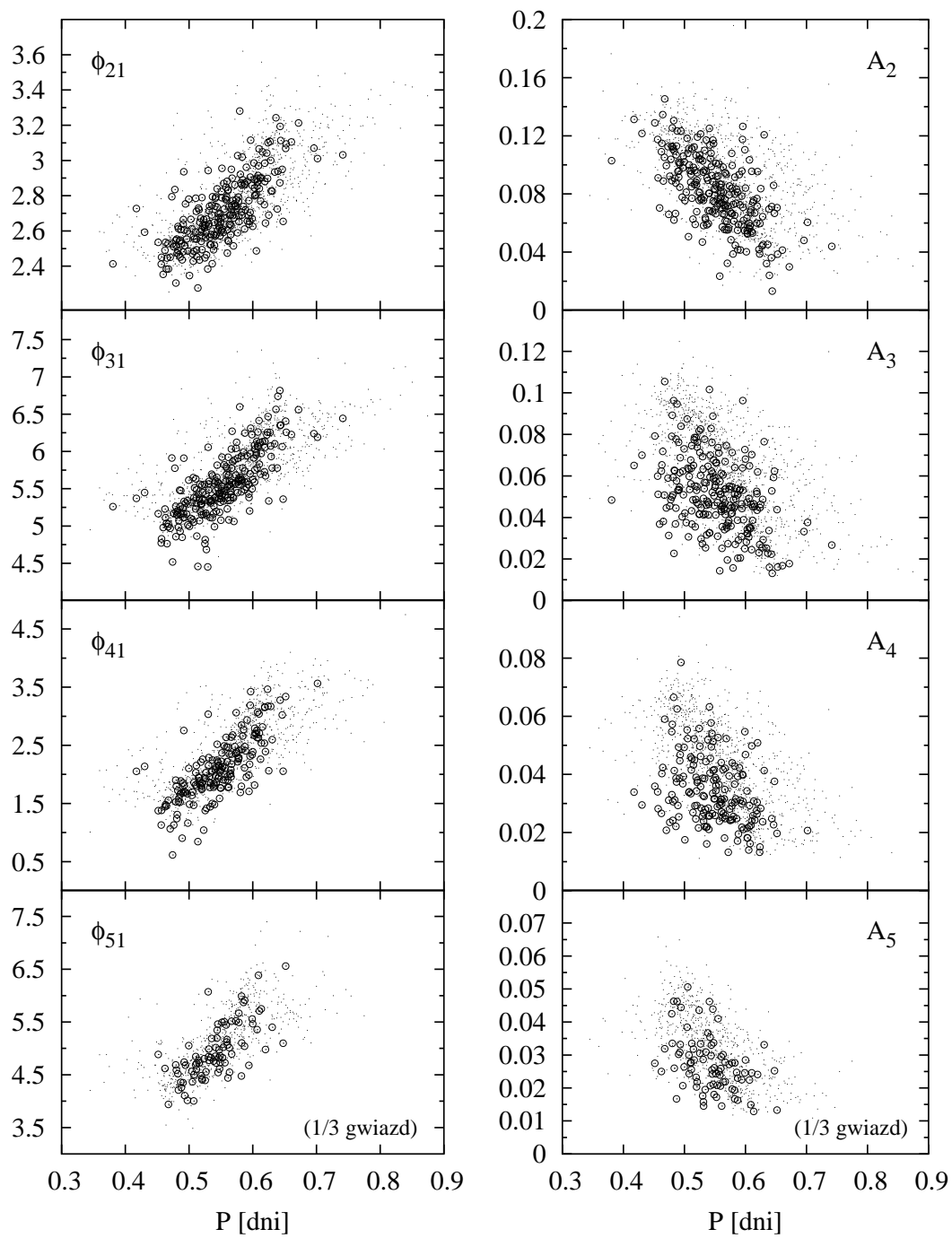
<sup>1</sup>tzn. najpierw gwiazdy posortowałem w kolejności rosnących okresów, a następnie wyrysowałem co trzecią gwiazdę.



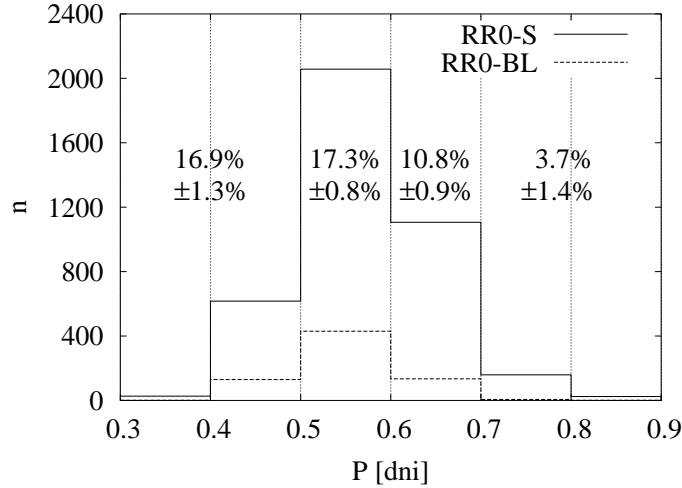
**Rysunek 16.** Zależność amplitudy fourierowskiej  $A_1$  od okresu  $P$ , dla gwiazd jednookresowych ( $\cdot$ ) i gwiazd wykazujących efekt Błazki ( $\circ$ ) z LMC. Dla przejrzystości na wykresie zaznaczona jest 1/3 gwiazd.

	$P \leq 0.5$		$P \in (0.5, 0.6)$		$P > 0.6$	
	RR0-S	RR0-BL	RR0-S	RR0-BL	RR0-S	RR0-BL
$A_1$	0.237(2)	0.227(3)	0.196(1)	0.190(2)	0.153(1)	0.147(4)
$A_2$	0.114(1)	0.097(2)	0.094(1)	0.081(1)	0.071(1)	0.064(2)
$A_3$	0.081(1)	0.056(2)	0.0670(4)	0.051(1)	0.045(1)	0.040(1)
$A_4$	0.056(1)	0.037(1)	0.0452(3)	0.034(1)	0.0314(4)	0.028(1)
$A_5$	0.0410(4)	0.031(2)	0.0323(2)	0.027(1)	0.0232(4)	0.021(1)
$\phi_{21}$	2.541(6)	2.55(1)	2.698(3)	2.689(7)	2.975(5)	2.93(1)
$\phi_{31}$	5.27(1)	5.18(3)	5.613(7)	5.50(1)	6.15(1)	6.05(3)
$\phi_{41}$	1.76(1)	1.66(5)	2.25(1)	2.09(3)	2.98(2)	2.74(6)
$\phi_{51}$	4.50(2)	4.50(6)	5.13(1)	4.99(4)	5.82(3)	5.61(9)

**Tabela 4.** Średnie wartości amplitud i faz fourierowskich w trzech zakresach okresów dla gwiazd jednookresowych (RR0-S) i wykazujących efekt Błazki (RR0-BL) z LMC. W nawiasach podałem błąd ostatniej cyfry znaczącej wartości średniej.



**Rysunek 17.** Zależność faz i amplitud fourierowskich od okresu, dla gwiazd jednookresowych (·) i gwiazd wykazujących efekt Błażki (○) z LMC. Dla przejrzystości na wykresie zaznaczona jest 1/3 gwiazd.



**Rysunek 18.** Histogram wartości okresów gwiazd RR0-S (linia ciągła) i RR0-BL (linia przerywana) z LMC. Szerokość binów wynosi 0.1 dnia. Przy binach podałem częstość występowania gwiazd wykazujących efekt Błażki wraz z błędem. Skrajne biny połączyłem w pary, aby ilość gwiazd RR0-BL była znacząca.

okres, podobnie jak w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki, widzimy wyraźnie, że gwiazdy z efektem Błażki preferują niższe wartości amplitud przy danych okresach, czego dowodzą też średnie wartości amplitud dane w Tabeli 4. Najslabiej efekt jest widoczny dla amplitudy  $A_1$ , zaś dla wyższych amplitud zaznacza się silniej.

Niższe wartości amplitud gwiazd RR0-BL są także widoczne na wykresach amplitud  $A_2 - A_5$ , w funkcji amplitudy fourierowskiej modu radialnego  $A_1$  – Rysunek 19. Tu także dla przejrzystości wyrysowałem jedynie co trzecią gwiazdę<sup>2</sup>.

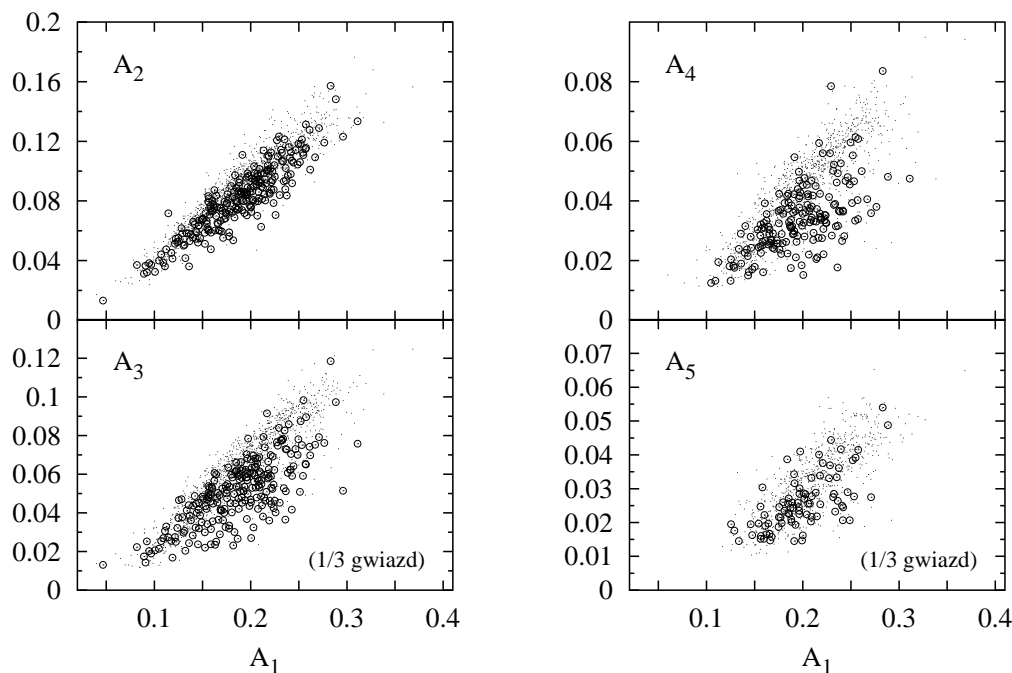
Mniejsze średnie wartości amplitud i faz gwiazd wykazujących efekt Błażki, zaobserwowane były też dla gwiazd RR Lyr z LMC z katalogu MACHO (Alcock *et al.* 2003).

### 4.3 Metaliczność gwiazd RRab w LMC – gwiazdy jednookresowe

Histogramy metaliczności gwiazd z LMC, uzyskane przy pomocy kalibracji dwu- i trzyparametrowej przedstawia Rysunek 20. Na histogramach podałem średnie wartości metaliczności i dyspersję metaliczności w próbkę. Dla gwiazd wykazujących efekt Błażki, zgodnie z rozumowaniem z rozdziału 3.3, bardziej wiarygodny jest histogram metaliczności uzyskany z kalibracji dwuparametrowej.

Niespodziewany efekt jest widoczny dla histogramów metaliczności gwiazd RR0-S. W przypadku Zgrubienia Centralnego Galaktyki, histogramy uzyskane z obu kalibracji były podobne (Rysunek 8), tu zaś widać istotne różnice. Rozkład metaliczności uzyskany z kalibracji dwuparametrowej jest węższy i bardziej asymetryczny, niż rozkład uzyskany z kalibracji trzyparametrowej. Ponadto różnią się nie tylko kształty rozkładów, ale i ich wartości średnie. Średnia metaliczność uzyskana z kalibracji trzyparametrowej jest o 0.18 niższa. Efekt bardzo dobrze ilustruje Rysunek 21, porównujący metaliczności uzyskane

<sup>2</sup>tzn. najpierw gwiazdy posortowałem w kolejności rosnących amplitud  $A_1$ , a następnie wyrysowałem co trzecią gwiazdę.

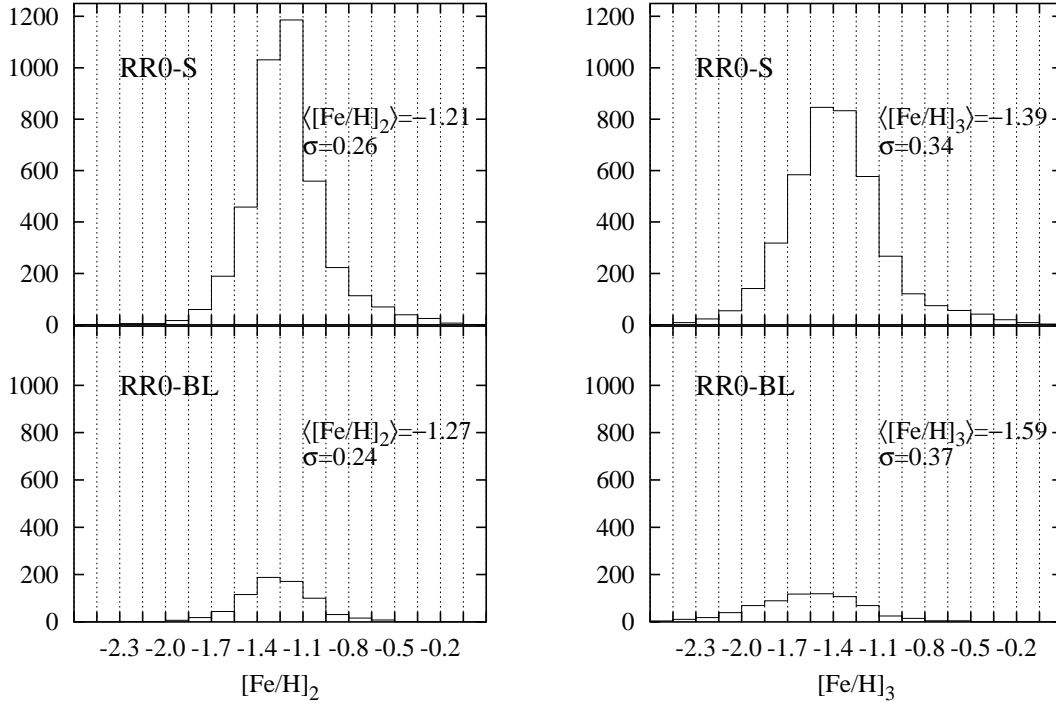


**Rysunek 19.** Zależność amplitud  $A_2 - A_5$ , od amplitudy fourierowskiej modu radialnego  $A_1$ , dla gwiazd RR0-S ( $\bullet$ ) i RR0-BL ( $\circ$ ) z LMC. Dla przejrzystości na wykresie zaznaczona jest 1/3 gwiazd.

z obu kalibracji dla indywidualnych gwiazd. Punkty nie układają się wzdłuż diagonal, tak jak to było w przypadku Zgrubienia Centralnego Galaktyki (Rysunek 9). Kalibracja trzyparametrowa prowadzi do systematycznie mniejszych wartości metaliczności niż kalibracja dwuparametrowa, przy czym różnica jest tym większa im mniejsza jest metaliczność.

Należy odpowiedzieć na pytania: skąd bierze się obserwowana różnica oraz która z kalibracji daje prawidłowe wartości metaliczności gwiazd RR0-S z LMC. W odpowiedzi na drugie pytanie pomocne są bezpośrednie pomiary metaliczności 101 gwiazd RR Lyr z LMC opublikowane ostatnio przez Clementini *et al.* (2003). Średnia metaliczność tych gwiazd wynosi  $-1.48 \pm 0.03$  w skali metaliczności Harrisa (1996). Indywidualne metaliczności opublikowane zostały bardzo niedawno w pracy Grattona *et al.* (2004). Autorzy porównują uzyskane spektroskopowe metaliczności, z metalicznościami uzyskanymi na podstawie krzywej blasku w filtrze  $V$  dla 19 gwiazd RRab (kalibracja Jurcsik i Kovácsa (1996); równanie (3)). Średnia różnica pomiędzy metalicznościami określonymi na podstawie krzywej blasku, a metalicznościami spektroskopowymi wynosi  $0.28 \pm 0.05$ . W rozważanym zakresie metaliczności ( $[\text{Fe}/\text{H}] > -1.8$ ), metaliczności uzyskiwane na podstawie krzywych blasku w filtrze  $V$  są przeciętnie o  $0.05 \pm 0.03$  większe, niż metaliczności oparte na pomiarach HDS (porównaj rozdział 2.2). Biorąc pod uwagę te dwa efekty można wywnioskować, że spektroskopowa skala HDS jest bogatsza w metale o  $0.23 \pm 0.06$  niż skala Harrisa. Zatem w skali HDS, stosowanej również przeze mnie, średnia metaliczność 101 gwiazd RR Lyr wyznaczona przez Grattona *et al.* wynosi  $-1.25 \pm 0.03$ . Jest to wynik zgodny ze średnią wartością metaliczności uzyskaną z kalibracji dwuparametrowej, równą  $-1.214 \pm 0.004$ .

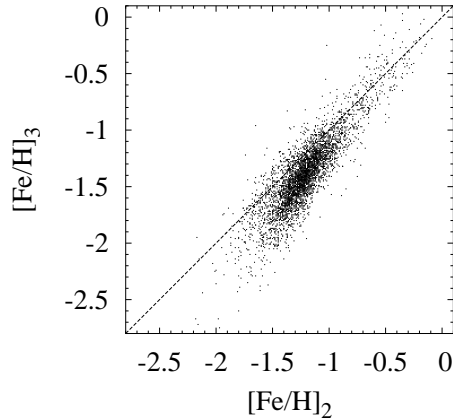




**Rysunek 20.** Histogramy metaliczności otrzymane z kalibracji dwuparametrowej (lewy panel) i trzyparametrowej (prawy) dla gwiazd jednookresowych (RR0-S) i wykazujących efekt Błazki (RR0-BL) z LMC. Szerokość binów wynosi 0.15. Przy każdym histogramie podałem wartość średnią,  $\langle[\text{Fe}/\text{H}]\rangle$  oraz dyspersję metaliczności w próbce,  $\sigma$ .

Różnica w wynikach uzyskanych z kalibracji dwu- i trzyparametrowej jest skutkiem dwóch powiązanych efektów. Gwiazdy RR Lyr z LMC mają nieco inne własności pulsacyjne niż gwiazdy z Galaktyki, co widać na przykład na wykresie amplitudy  $A_2$  w funkcji amplitudy fourierowskiej modu fundamentalnego  $A_1$ . Własności pulsacyjne gwiazd RR0-S z próbki kalibracyjnej, gwiazd ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki i z LMC, porównane są na Rysunku 22, przedstawiającym zależność  $A_2(A_1)$ . Dla przejrzystości grupy gwiazd porównywane są parami: gwiazdy próbki kalibracyjnej z gwiazdami ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki oraz gwiazdy ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki z gwiazdami z LMC. Widać wyraźnie, że gwiazdy ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki układają się wzdłuż ciągu wyznaczonego przez gwiazdy próbki kalibracyjnej. Natomiast porównując gwiazdy ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki i z LMC widzimy pewną różnicę – ciągi wyznaczone przez gwiazdy z tych dwóch systemów nie pokrywają się. Nie są też przesunięte względem siebie, ale mają różne nachylenia. Efekt jest niewielki. Najsilniej jest widoczny dla amplitudy  $A_2$ , różnice są mniej wyraźne dla pozostałych amplitud. W rezultacie kalibracja metody wyznaczania metaliczności Kovácsa nie jest uniwersalna, lecz nieznacznie zależy od systemu gwiazdowego jaki rozważamy.

Podsumowując, gwiazdy RR Lyr Galaktyki, zarówno ze Zgrubienia Centralnego, jak i gwiazdy pola, mają takie same własności pulsacyjne. Dla gwiazd z LMC obserwujemy nieco inną postać zależności amplitudy  $A_2$  od  $A_1$ . Dlatego w odniesieniu do LMC stosować należy kalibrację dwuparametrową, nie zawierającą amplitud. Daje ona wyniki zgodne ze spektroskopowo wyznaczanymi metalicznościami.

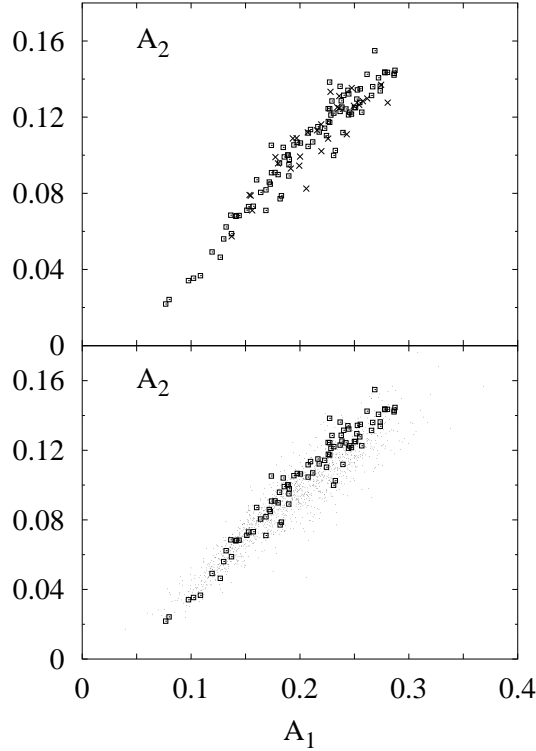


**Rysunek 21.** Porównanie metaliczności uzyskiwanych z kalibracji dwu- i trzyparametrowej dla gwiazd RR0-S z LMC. Dla porównania zaznaczona jest diagonalna.

Metoda Kovácsa dotychczas uważana była za uniwersalną. Stosując ją nie dostrzeżono analogicznego problemu. Jest to zrozumiałe. Oryginalnie metoda skalibrowana była dla filtru  $V$ . Uzyskana formuła na metaliczność (równanie (3)) nie zawiera amplitud i wydaje się, że są one nieistotne przy określaniu metaliczności na podstawie krzywej blasku w filtrze  $V$  (Jurcsik i Kovács 1996). Kalibracja metody w filtrze  $I$  pokazuje, że amplitudy, w szczególności te niskie  $A_2$  i  $A_1$ , są istotne gdy określamy metaliczność na podstawie krzywej blasku w  $I$ . Również w LMC lepsza (dokładniejsza) byłaby formuła trzyparametrowa, ale metodę należałoby wykalibrować na gwiazdach z LMC o znanej metaliczności. Niestety praca Grattona *et al.* (2004) zawierająca indywidualne metaliczności dla 101 gwiazd RR Lyr z LMC, ukazała się już w trakcie spisywania wyników tej pracy.

#### 4.4 Metaliczność, a efekt Błażki

Teraz można już, korzystając z rozkładów metaliczności uzyskanych z kalibracji dwuparametrowej (lewy panel Rysunku 20), porównać metaliczności gwiazd RR0-S i RR0-BL. Średnie metaliczności tych grup gwiazd wynoszą  $-1.214 \pm 0.004$  i  $-1.27 \pm 0.01$  odpowiednio. Są więc zbliżone, przy czym średnia metaliczność gwiazd wykazujących efekt Błażki jest nieco mniejsza. Jest to efekt znaczący. Konsekwencją są średnio mniejsze wartości faz  $\phi_{31}$  dla gwiazd wykazujących efekt Błażki (Tabela 4). Rozkład metaliczności gwiazd RR0-S jest wyraźnie niesymetryczny, z *ogonem* tworzonym przez gwiazdy o dużej metaliczności. Rozkład metaliczności dla gwiazd RR0-BL jest zaś w przybliżeniu symetryczny. Ponieważ kalibracja dwuparametrowa zawiera okres i fazę  $\phi_{31}$ , kształty rozkładów można wyjaśnić w oparciu o wykres zależności  $\phi_{31}(P)$ . Na wykresie tym linie izometaliczności są liniami prostymi. Rysunek 23 przedstawia zależność  $\phi_{31}(P)$  dla gwiazd RR0-S (lewy panel) i RR0-BL (prawy). Na wykresie dla gwiazd RR0-S możemy wyróżnić trzy obszary. Najwięcej gwiazd układa się wzdłuż centralnie przebiegającego ciągu. Zaczyna się on od okresu  $P \approx 0.45$  dnia i ciągnie wzdłuż linii prostej do okresów około 0.6 dnia, a następnie wygina się ku górze i zanika w okolicy  $P \approx 0.65$  dnia. W przybliżeniu wzdłuż głównego ciągu przebiega linia izometaliczności odpowiadająca średniej wartości metaliczności wszystkich gwiazd RR0-S z LMC. Konkretnie jest ona nieco przesunięta w górę,

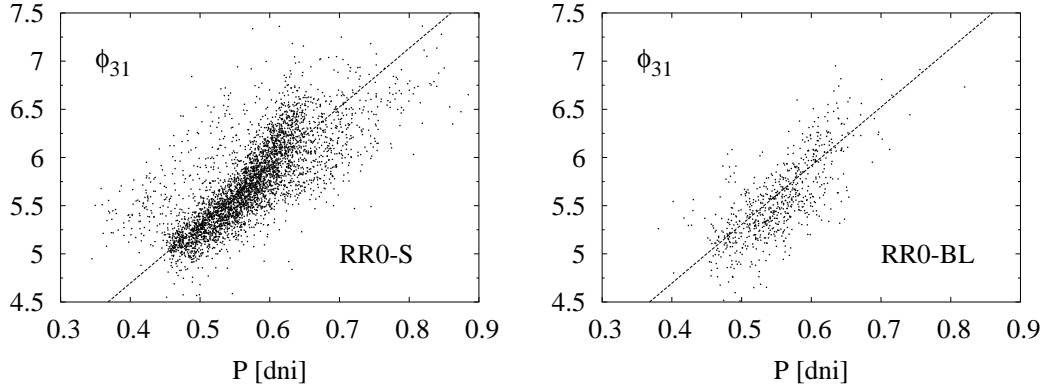


**Rysunek 22.** Porównanie zależności amplitudy  $A_2$  od amplitudy fourierowskiej modu fundamentalnego  $A_1$  dla różnych grup gwiazd. Górny panel: gwiazdy z próbki kalibracyjnej ( $\times$ ) i gwiazdy ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki ( $\square$ ); dolny panel: gwiazdy ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki i z LMC ( $\cdot$ ). W przypadku gwiazd z LMC dla przejrzystości zaznaczona jest 1/3 gwiazd.

w stronę gwiazd bardziej metalicznych, które tworzą szeroki pas w górę i na lewo od głównego ciągu. Pas ten zaczyna się już od najmniejszych okresów pulsacji,  $P \approx 0.35$  dnia i ciągnie aż do charakterystycznego wygięcia głównego ciągu. To ta grupa gwiazd, wraz z gwiazdami wygiętej końcówki ciągu głównego, odpowiada za asymetrię rozkładu metaliczności gwiazd RR0-S, za *ogon* gwiazd bogatych w metale. Trzecia grupa gwiazd rozciąga się na prawo od wygięcia głównego ciągu. Tworzą ją gwiazdy o metalicznościach zbliżonych do średniej lub mniejszych.

W przypadku gwiazd wykazujących efekt Błażki (prawy panel Rysunku 23) widoczne są analogiczne obszary. Grupa gwiazd bogatych w metale jest stosunkowo uboga. Główny ciąg jest szerszy, rozciąga się bardziej w stronę niskich faz  $\phi_{31}$ , a więc w stronę mniejszych metaliczności. Dużo słabiej zaznaczona jest trzecia grupa gwiazd rozciągająca się za również mniej widocznym zagięciem głównego ciągu. Tworzy ją tylko kilka gwiazd. Jest to związane z deficytem gwiazd o długich okresach wykazujących efekt Błażki. Większa ilość gwiazd o mniejszych metalicznościach oraz słabo zaznaczone, bardziej metaliczne zagięcie ciągu głównego powodują, że znika asymetria rozkładu metaliczności widoczna dla gwiazd RR0-S.

Jako podsumowanie powyższych rozważań, na Rysunkach 24–25 ponownie przedstawiłem wykres zależności  $\phi_{31}(P)$ , ale gwiazdy o różnych metalicznościach oznaczyłem różnymi symbolami, analogicznie jak w przypadku Zgrubienia Centralnego Galaktyki (Rysunek 11). Podziału na grupy o różnych metalicznościach dokonałem tak, aby środkowa



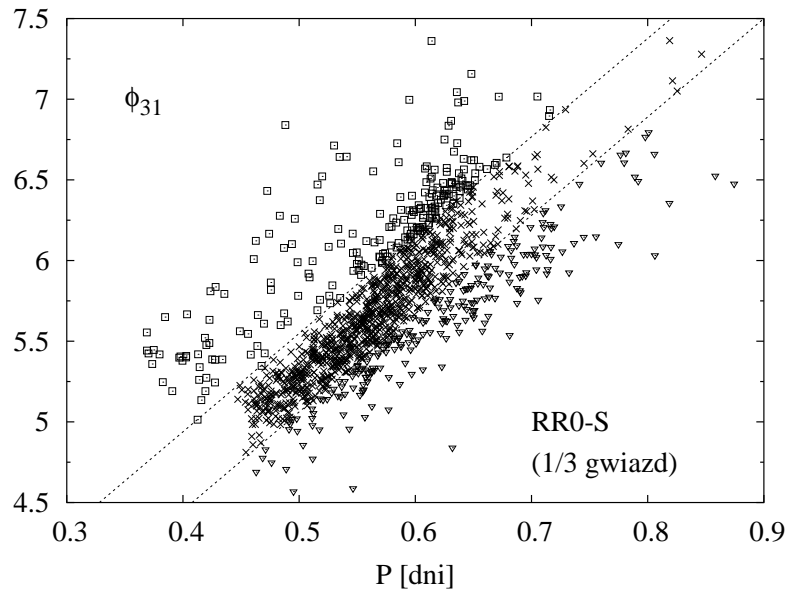
**Rysunek 23.** Wykresy zależności fazy  $\phi_{31}$  od okresu,  $P$ , dla gwiazd RR0-S (lewy panel) i RR0-BL (prawy). Zaznaczone są linie izometaliczności odpowiadające średniej metaliczności gwiazd RR0-S, równej  $-1.21$ .

grupa wycentrowana była na średniej metaliczności gwiazd RR0-S i obejmowała większość gwiazd głównego ciągu. Pozostałe dwie grupy odpowiadają skrzydłom rozkładów metaliczności. Widać wyraźnie, że dla gwiazd RR0-S (Rysunek 24) grupa bogata w metale jest szeroka i obejmuje zagiętą końcówkę głównego ciągu, zaś dla gwiazd RR0-BL (Rysunek 25) grupa ta jest słabo zaznaczona, bardziej rozbudowana jest tu grupa uboga w metale.

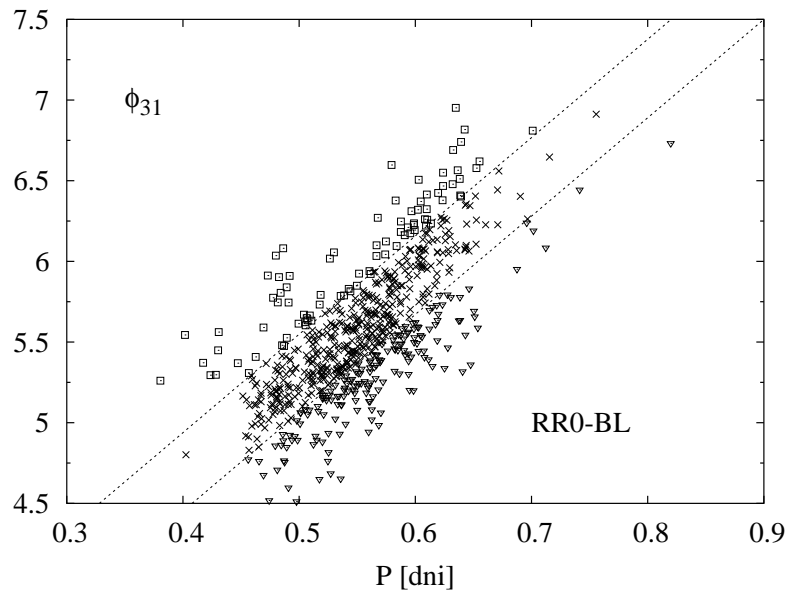
Warto też przyjrzeć się gdzie na diagramie Baileya znajdują się rozważane grupy gwiazd o różnych metalicznościach. Ich rozmieszczenie przedstawiają Rysunki 26–27. Dla przejrzystości symbole odpowiadające najliczniejszej grupie gwiazd są mniejsze. Ponownie widać, że metoda dobrze różnicuje metaliczności poszczególnych gwiazd prowadząc do znanej zależności, że przy danej amplitudzie gwiazdy o mniejszych metalicznościach mają dłuższe okresy. Widać ją zarówno dla gwiazd RR0-S (Rysunek 26), jak i dla gwiazd RR0-BL (Rysunek 27). Bardzo ciekawy jest wykres dla gwiazd RR0-S, a konkretnie położenie grupy gwiazd o dużych metalicznościach. Zajmują one zasadniczo skrajnie lewy obszar wykresu, ale spora część gwiazd nakłada się na ciąg tworzony przez gwiazdy ze środkowej grupy, konkretnie na obszar o niskich amplitudach. Są to te same gwiazdy, które tworzą charakterystyczne wygięcie na wykresie  $\phi_{31}(P)$ . Cały główny, wygięty ciąg gwiazd z wykresu  $\phi_{31}(P)$  tworzy na wykresie Baileya ciąg jednolity, z gwiazdami o dużych metalicznościach w rejonie niskich amplitud.

Z rozmieszczenia opisanych grup gwiazd na wykresie  $\phi_{31}(P)$  wynika również istnienie zależności metaliczność–okres. Wśród gwiazd krótkookresowych przeważają wyższe metaliczności, zaś wśród gwiazd długookresowych niższe. Odpowiednie wykresy przedstawia Rysunek 28. Opisane zależności są dobrze widoczne dla gwiazd RR0-S, gdzie wszystkie trzy grupy gwiazd są wyraźne i liczne, i przebiegają analogicznie jak w przypadku zależności  $\phi_{31}(P)$ . W przypadku gwiazd RR0-BL właściwie nie ma wyraźnie widocznej korelacji pomiędzy okresem a metalicznością.

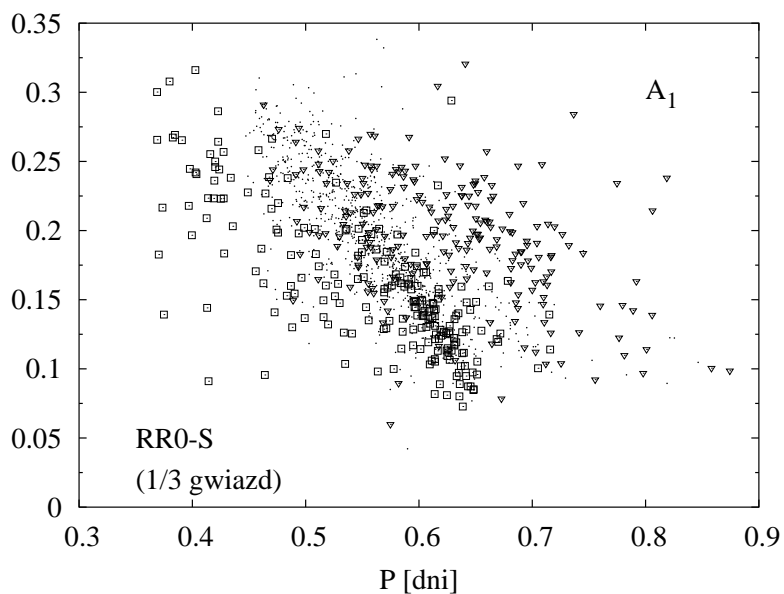
Analogiczne grupy i zależności można dostrzec dla gwiazd ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki, choć z uwagi na małą liczbę obiektów są mniej zaznaczone. Rysunek 29 pokazuje zależność  $\phi_{31}(P)$  dla gwiazd RR0-S ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki i z LMC. Główny ciąg gwiazd ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki jest przesunięty w stronę wyż-



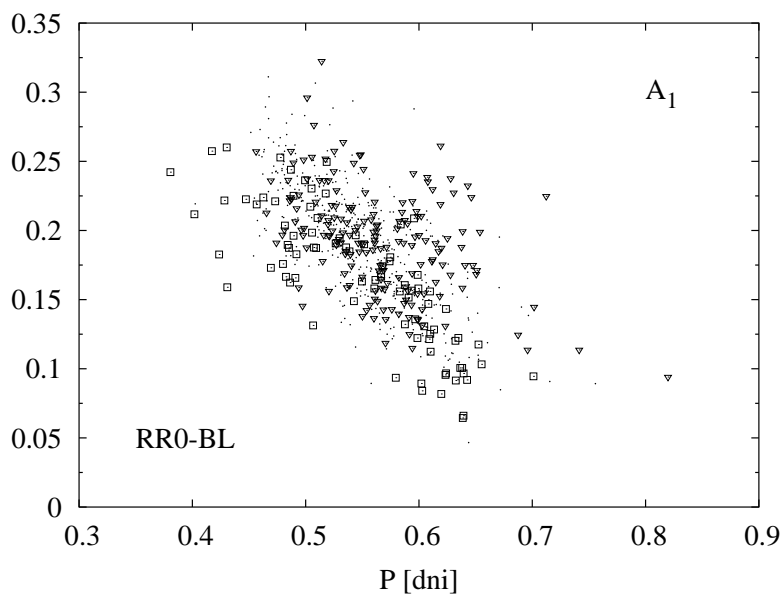
**Rysunek 24.** Rozmieszczenie gwiazd RR0-S o różnych metalicznosciach na diagramie  $\phi_{31}(P)$ . Oznaczenia: ( $\square$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] > -1.01$ ; ( $\times$ )  $-1.41 < [\text{Fe}/\text{H}] < -1.01$ ; ( $\nabla$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.41$ . Zaznaczone są linie izometaliczności rozdzielające grupy,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.41, -1.01$ . Dla przejrzystości wyrysowana jest 1/3 gwiazd.



**Rysunek 25.** Rozmieszczenie gwiazd RR0-BL o różnych metalicznosciach na diagramie  $\phi_{31}(P)$ . Oznaczenia: ( $\square$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] > -1.01$ ; ( $\times$ )  $-1.41 < [\text{Fe}/\text{H}] < -1.01$ ; ( $\nabla$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.41$ . Zaznaczone są linie izometaliczności rozdzielające grupy,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.41, -1.01$ .



**Rysunek 26.** Rozmieszczenie gwiazd RR0-S o różnych metalicznosciach na diagramie  $A_1(P)$ . Oznaczenia: ( $\square$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] > -1.01$ ; ( $\cdot$ )  $-1.41 < [\text{Fe}/\text{H}] < -1.01$ ; ( $\nabla$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.41$ . Dla przejrzystości wyrysowana jest 1/3 gwiazd, zaś symbole odpowiadające najliczniejszej, środkowej grupie zostały zmniejszone.



**Rysunek 27.** Rozmieszczenie gwiazd RR0-BL o różnych metalicznosciach na diagramie  $A_1(P)$ . Oznaczenia: ( $\square$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] > -1.01$ ; ( $\cdot$ )  $-1.41 < [\text{Fe}/\text{H}] < -1.01$ ; ( $\nabla$ )  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.41$ . Symbole odpowiadające najliczniejszej, środkowej grupie zostały zmniejszone.

szych faz, co jest konsekwencją większej metaliczności gwiazd z Galaktyki. Ponadto zaczyna się on dla nieco krótszych okresów niż ciąg główny gwiazd z LMC. Widoczne są też dwie pozostałe grupy liczące po kilka gwiazd. Wykres zależności metaliczność–okres dla gwiazd ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki przedstawia Rysunek 30. Podobnie jak to miało miejsce w LMC, gwiazdy RR0-S o największych metalicznościach mają najkrótsze okresy, zaś gwiazdy o małych metalicznościach mają okresy dłuższe. Efektu w zasadzie nie widać dla gwiazd RR0-BL, choć tu może to być wynikiem małej statystyki.

Rozkłady metaliczności gwiazd RR0-S i RR0-BL, różnią się nieznacznie wartością średnią (gwiazdy RR0-BL mają mniejszą) i kształtem (rozkład dla gwiazdy RR0-S ma *ogon* bogaty w metale). Sugeruje to większą częstość występowania gwiazd wykazujących efekt Błazki dla mniejszych metaliczności. Aby to sprawdzić podzieliłem wszystkie gwiazdy na trzy grupy o różnych metalicznościach i w każdej grupie policzyłem częstość występowania gwiazd z efektem Błazki. Rezultaty zawarte są w Tabelach 5A-C. Aby

A. RÓWNOLICZNE GRUPY RR0-BL:				B. RÓWNOLICZNE GRUPY RR0-S:			
[Fe/H]	$N_{BL}$	$N_S$	%	[Fe/H]	$N_{BL}$	$N_S$	%
$\leq -1.37$	228	958	$19.2 \pm 1.1\%$	$\leq -1.32$	299	1320	$18.5 \pm 1.0\%$
$(-1.37, -1.18)$	246	1535	$13.8 \pm 0.8\%$	$(-1.32, -1.15)$	207	1378	$13.1 \pm 0.8\%$
$> -1.18$	228	1497	$13.2 \pm 0.8\%$	$> -1.15$	196	1292	$13.2 \pm 0.9\%$

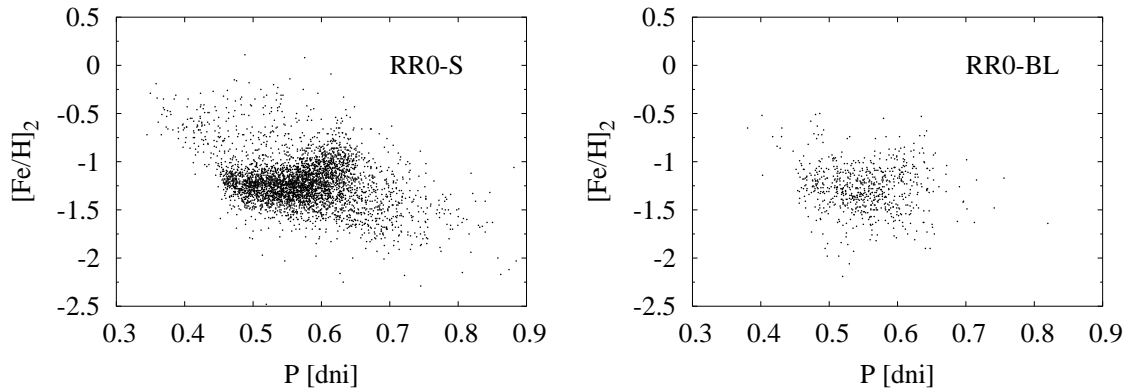
C. GRUPA CENTRALNA I SKRZYDŁA:			
[Fe/H]	$N_{BL}$	$N_S$	%
$< -1.41$	182	680	$21.1 \pm 1.4\%$
$(-1.41, -1.01)$	434	2644	$14.1 \pm 0.6\%$
$\geq -1.01$	86	646	$11.7 \pm 1.2\%$

**Tabela 5.** Częstość występowania gwiazd RR0-BL (czwarte kolumny) w grupach o różnej metaliczności [Fe/H] (pierwsze kolumny). W drugich i trzecich kolumnach zawarte są ilości gwiazd RR0-BL ( $N_{BL}$ ) i RR0-S ( $N_S$ ) odpowiednio. Tabele A, B i C odpowiadają różnym sposobom podziału na grupy, opisanym w ich nagłówkach i w tekście.

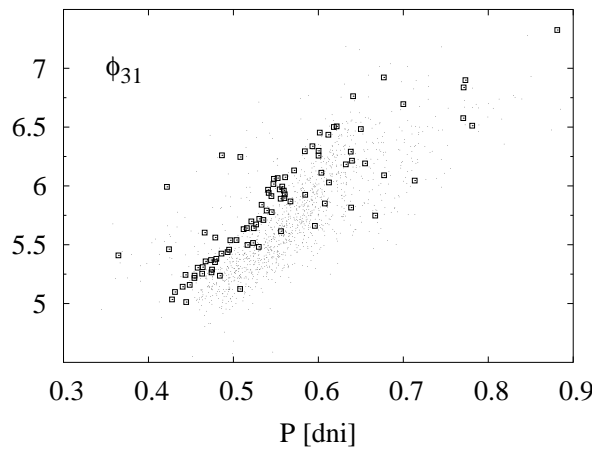
sprawdzić, że efekt nie zależy od sposobu dokonania podziału na grupy, podział ten wykonałem na trzy sposoby:

- tak aby grupy zawierały w przybliżeniu jednakową ilość gwiazd RR0-BL (Tabela 5A),
- tak aby grupy zawierały w przybliżeniu jednakową ilość gwiazd RR0-S (Tabela 5B),
- tak aby środkowa grupa była wycentryczona na średniej metaliczności gwiazd RR0-S i obejmowała większość gwiazd, zaś pozostałe dwie grupy odpowiadały skrzydłom rozkładu (Tabela 5C). Podział taki zastosowałem już przy sporządzaniu Rysunków 24–27, przedstawiających zależności  $\phi_{31}(P)$  i  $A_1(P)$  dla gwiazd o różnych metalicznościach.

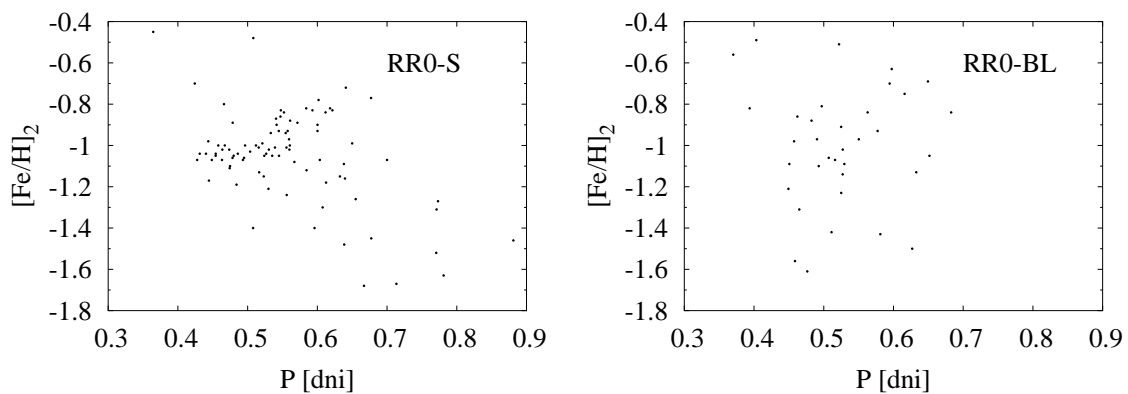
Wyraźnie widać, że niezależnie od sposobu dokonania podziału na grupy o różnych metalicznościach, zawsze największa częstość występowania gwiazd z efektem Błazki, występuje w grupie najmniej metalicznej (metaliczności mniejsze od około  $-1.4$ ). W pozostałych dwóch grupach bogatszych w metale ( $[Fe/H] > -1.4$ ), gwiazdy RR0-BL występują właściwie z taką samą częstością.



**Rysunek 28.** Wykresy zależności okres–metaliczność, dla gwiazd RR0-S (lewy panel) i RR0-BL (prawy) z LMC.



**Rysunek 29.** Porównanie zależności fazy  $\phi_{31}$  od okresu pulsacji,  $P$ , dla gwiazd RR0-S ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki ( $\square$ ) i z LMC ( $\cdot$ ). W przypadku LMC, dla przejrzystości zaznaczona jest 1/3 gwiazd.



**Rysunek 30.** Wykres zależności okres–metaliczność, dla gwiazd RR0-S (lewy panel) i RR0-BL (prawy) ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki.

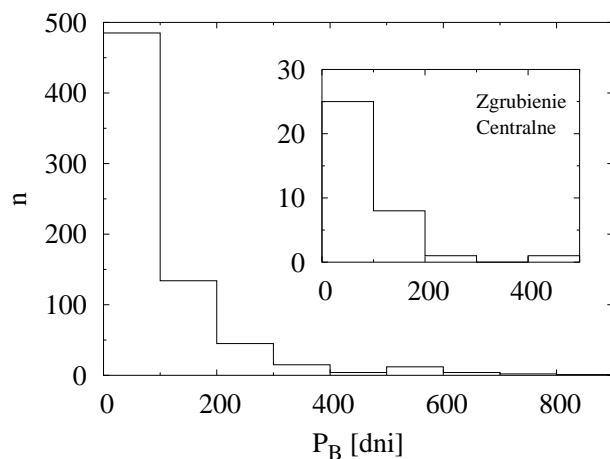


Podobnego efektu nie widać w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki. Z uwagi na małą ilość gwiazd (90 RR0-S i 35 RR0-BL) podzieliłem je tylko na dwie grupy, o metalicznościach mniejszych i większych od średniej metaliczności gwiazd RR0-S ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki, wynoszącej  $-1.03$  (kalibracja dwuparametrowa). Uzyskane częstości występowania gwiazd z efektem Błażki to:  $26 \pm 6\%$  w grupie o małych metalicznościach i  $30 \pm 6\%$  w grupie o dużych metalicznościach. Nie widać więc zależności pomiędzy częstością występowania efektu Błażki, a metalicznością. Biorąc pod uwagę zakres metaliczności gwiazd Zgrubienia Centralnego Galaktyki,  $\sim (-1.4, -0.8)$ , jest to zgodne z wynikiem uzyskanym dla LMC, że dla metaliczności większych od około  $-1.4$ , częstość występowania efektu Błażki jest stała.

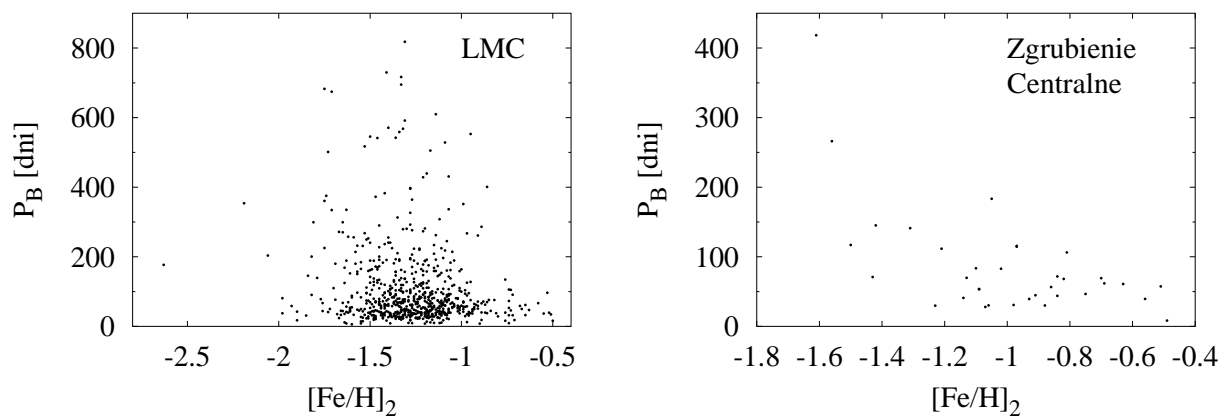
Warto też sprawdzić w jaki sposób parametry opisujące dynamikę efektu Błażki, a więc na przykład okres cyklu Błażki,  $P_B$ , czy amplituda najwyższego z dodatkowych składników widma częstości,  $A_B$ , zależą od metaliczności.

Rysunek 31 przedstawia histogramy okresów cyklu Błażki dla gwiazd z LMC i ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki (wstawka). Okresy cyklu Błażki mieszczą się w zakresie od kilku do kilkuset dni. Najkrótszy okres wynosi około 6 dni, najdłuższy około 820 dni. Dłuższych okresów nie ma, ale jest to konsekwencja długości serii obserwacyjnej programu OGLE-II (3 sezony), a nie jakieś fizyczne ograniczenie. Najwięcej gwiazd (zdecydowanie ponad 50%) ma okresy w zakresie do 100 dni, gwiazd o dłuższych okresach jest znacznie mniej.

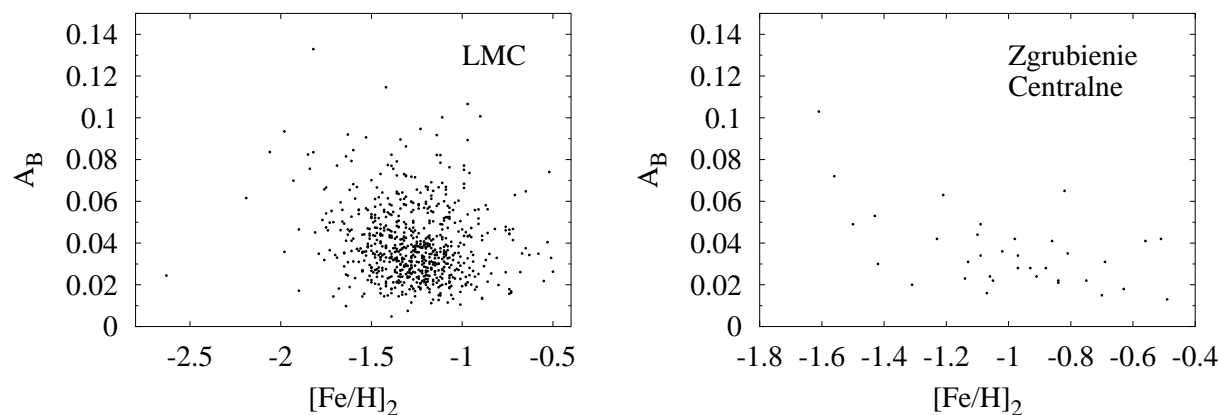
Na Rysunku 32 przedstawiłem zależność okresu cyklu Błażki od metaliczności dla gwiazd z LMC i ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki. Nie widać żadnej wyraźnej korelacji. Wydaje się jedynie, że z najwyższymi metalicznościami związane są krótkie okresy cyklu Błażki, ale ta obserwacja może być wynikiem małej ilości gwiazd o dużych metalicznościach. Podobnie na Rysunku 33 pokazującym zależność amplitudy najwyższego z dodatkowych pików obecnych w widmie częstości,  $A_B$ , od metaliczności, nie widać żadnych wyraźnych korelacji.



**Rysunek 31.** Histogramy okresów cyklu Błażki dla gwiazd z LMC i ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki (wstawka).



**Rysunek 32.** Zależność okresu cyklu Błażki od metaliczności dla gwiazd z LMC i ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki.



**Rysunek 33.** Zależność amplitudy najwyższego z dodatkowych pików obecnych w widmie częstości od metaliczności dla gwiazd z LMC i ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki.

## 5 Podsumowanie

Poniżej przedstawiam w punktach najważniejsze wyniki mojej pracy.

- W celu określania metaliczności gwiazd RRab skalibrowałem metodę wyznaczania metaliczności na podstawie kształtu krzywej blasku w filtrze  $I$ . W tym pasmie dostępna jest fotometria grupy OGLE dla tysięcy gwiazd RR Lyr ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki i LMC. Najlepsza formuła dwuparametrowa zawiera, podobnie jak w przypadku oryginalnej kalibracji metody w filtrze  $V$ , okres i fazę  $\phi_{31}$ . Okazuje się też, że lepsze są formuły trzyparametrowe, zawierające amplitudy. Najlepsza z nich zawiera dodatkowo amplitudę  $A_2$ .
- W przypadku Zgrubienia Centralnego Galaktyki, obie formuły pozwalające wyznaczać metaliczności, dwu- i trzyparametrowa, dają zgodne wyniki w odniesieniu do gwiazd jednookresowych. W przypadku LMC metoda trzyparametrowa daje systematycznie mniejsze wartości metaliczności niż metoda dwuparametrowa. Jest to konsekwencja nieco innych własności pulsacyjnych gwiazd z Galaktyki (na których kalibrowana była metoda wyznaczania metaliczności) i z LMC. Różnica między tymi układami gwiazdowymi najbardziej jest widoczna w przebiegu zależności  $A_2(A_1)$ . Dlatego też w odniesieniu do LMC należy stosować tylko formułę dwuparametrową, nie zawierającą amplitud. Średnia metaliczność uzyskana na jej podstawie jest zgodna z wartością wyznaczoną spektroskopowo.
- Jedynie formuła dwuparametrowa, nie zawierająca amplitud, może być używana do wyznaczania metaliczności gwiazd wykazujących efekt Błażki. Jest to konsekwencja faktu, że efekt Błażki, zmienia własności modu radialnego pulsacji, w szczególności amplitudy fourierowskie. Zarówno w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki, jak i w LMC, średnie wartości amplitud fourierowskich gwiazd wykazujących efekt Błażki są mniejsze, niż gwiazd jednookresowych. Inna jest też postać zależności  $A_2(A_1)$ .
- Średnia metaliczność gwiazd RR0-S ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki wynosi  $-1.03 \pm 0.03$  (kalibracja dwuparametrowa) i jest wyższa niż średnia metaliczność gwiazd z LMC ( $-1.214 \pm 0.004$ ). W LMC gwiazdy wykazujące efekt Błażki preferują mniejsze wartości metaliczności. Zatem większa częstość występowania gwiazd z efektem Błażki w Zgrubieniu Centralnym Galaktyki nie może być spowodowana różnicą metaliczności tych dwóch systemów, jak zaproponowali Moskalik i Poretti (2003).
- Okres cyklu Błażki, jak i amplituda najwyższego z dodatkowych pików obecnych w widmie częstości nie wykazują korelacji z metalicznością.

Gwiazdy wykazujące efekt Błażki są niewątpliwie bardzo ciekawym obiektem badań. W dalszym ciągu nie potrafimy wyjaśnić natury tego zjawiska. Pomocna będzie z pewnością analiza gwiazd RR Lyr z innych systemów gwiazdowych, w szczególności z Małego Obłoku Magellana (niedawno grupa OGLE opublikowała katalog gwiazd RR Lyr z SMC, Soszyński *et al.* 2002), a także liczniejszej grupy gwiazd ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki z katalogu OGLE-II. Wyznaczanie dokładnych metaliczności na drodze obserwacji spektroskopowych nie jest możliwe dla tysięcy gwiazd. Metoda Kovácsa stanowi tu więc

znaczną pomoc. Należy ją jednak kalibrować na gwiazdach należących do danego systemu gwiazdowego.

Wyniki tej pracy mogą stanowić pomoc w testowaniu różnych modeli efektu Błazki, w szczególności przewidywanych zależności od metaliczności.

**Podziękowania.** Pragnę wyrazić szczególne podziękowania opiekunowi pracy, panu dr hab. Pawłowi Moskalikowi, za wskazanie bardzo interesującego tematu badań oraz za wiele cennych dyskusji bardzo pomocnych w interpretacji uzyskanych wyników. Bardzo cenne i wnikliwe uwagi nad pierwszymi wersjami tej pracy przyczyniły się do znacznego udoskonalenia jej ostatecznego kształtu. Dziękuję również prof. Januszowi Kałużnemu oraz dr Beacie Mazur za udostępnienie fotometrii dla gromad  $\omega$  Centauri i NGC 6362.

## 6 Dodatek

**Algorytm odnajdywania ciągu ( $N_0$ ,  $N_+$ ,  $N_-$ ,  $N_\Delta$ ).** Zadaniem algorytmu jest znalezienie ciągu ( $N_0$ ,  $N_+$ ,  $N_-$ ,  $N_\Delta$ ), najlepiej reprezentującego widmo częstości oraz poprawienie wejściowych okresów. Poszukiwane są tylko dublety, BL1 i równoodstępne tryplety, BL2 oraz przypadki z  $N_0 \geq 3$ , aby możliwe było określenie metaliczności. Algorytm napisałem w języku programowania Fortran 77. Różne założenia zostały tak dobrane, aby algorytm jak najlepiej działał dla grupy gwiazd ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki, dla których ciągi (...) są znane. Testowanie algorytmu opisałem pod koniec Dodatku. Poniżej przedstawiam poszczególne kroki algorytmu wraz z ich krótkim objaśnieniem.

- 1 Wczytanie wejściowych okresów:  $p_0$  – okres modu fundamentalnego,  $p_1$  – okres dodatkowego pik w widmie o największej amplitudzie. Policzenie częstości  $f_0=1/p_0$  oraz  $f_1=1/p_1$  i separacji częstości  $Df=f_1-f_0$ . Separacja częstości  $Df$  jest tu dodatnia, gdy dodatkowy pik ma większą częstość lub ujemna w przeciwnym wypadku.
- 2 Uruchamiana jest główna pętla programu sprawdzająca wszystkie sensowne wartości ciągu (...). Ma ona postać:

```
do 1000 n0=3,7,1
  do 1001 np=0,n0+1,1
    do 1002 nm=0,n0+1,1
      do 1003 nD=0,1,1
        do 1004 ins=0,1,1
```

$n_0$  określa ilość harmonik częstości podstawowej ( $N_0$ ). Sprawdzane są wartości w zakresie od 3 do 7. Jeśli po zakończeniu algorytmu dla jakiejś gwiazdy  $n_0=7$ , to sprawdzane były i wyższe wartości.  $np$  – to liczba składowych postaci  $i \cdot f_0 - Df$ , zaś  $nm$  to liczba składowych postaci  $i \cdot f_0 + Df$ . W zależności od znaku  $Df$  odpowiadają one wartościom  $N_+$  lub  $N_-$ .  $nD$  równe jest 0 lub 1, co odpowiada  $N_\Delta$  równemu 0 lub 1, zaś  $ins$  równe jest 1 gdy uwzględniany jest wyraz modelujący trend, lub 0 w przeciwnym wypadku.

- 3 Wczytywane są dane dla gwiazdy: czasy obserwacji i jasności oraz przywracane są wszystkie punkty odrzucone we wcześniejszych krokach algorytmu. Dla każdego sprawdzanego ciągu (...), złe punkty (odstające od fitu o ponad  $4\sigma$ ) odrzucane są niezależnie.
- 4 Metodą najmniejszych kwadratów, do danych dopasowywany jest wielookresowy szereg Fouriera (równanie (12)), o wyrazach określonych wartościami  $n_0$ ,  $nm$ ,  $np$ ,  $nD$  i  $ins$ . Liczona jest dyspersja fitu  $sig$ .
- 5 Odrzucany jest ewentualny zły punkt, odstający najbardziej od fitu, powyżej  $4sig$ , według następujących reguł:
  - pierwszy punkt jest zawsze odrzucany; po odrzuceniu wracamy do kroku 4.
  - jeśli już odrzucono jeden lub więcej punktów, to następny jest odrzucany tylko gdy  $np$  jest równe zero. Jeśli  $np$  jest różne od zera to punkt nie jest odrzucany. Zauważmy,

że dla  $n_p$  równego 0 (i  $n_m$  różnego od zera) sprawdzamy, czy mamy do czynienia z dodatkową częstością tam gdzie jej się spodziewamy (bo z danych wejściowych wiemy, po której stronie częstości podstawowej, występuje ta dodatkowa – mówi o tym znak  $D_f$ , musimy jeszcze sprawdzić, czy nie mamy do czynienia z trypletem). Warunek ten zapobiega więc znajdowaniu dubletów, z dodatkową częstością po niewłaściwej stronie częstości podstawowej, poprzez odrzucanie zbyt dużej ilości punktów.

– powyższe ograniczenie nie stosuje się gdy dla danej gwiazdy program znalazł już najlepszy ciąg (...).

- 6 Sprawdzane jest, czy dla wszystkich wyrazów rozwinięcia, stosunek amplitud do ich błędów jest większy od czterech (warunek (5)). Jeśli nie, to program wraca do kroku 2 i sprawdza kolejny ciąg (...). Jeśli wszystkie wyrazy spełniają warunek (5), to sprawdzane jest, czy ich ilość nie jest większa o ponad 2 od ilości znalezionej dla ostatniego dobrego ciągu (...). Jeśli nie, to ciąg jest zapamiętywany, w przeciwnym zaś razie nie. Ma to na celu zapobiec znajdowaniu pozornie dobrych rozwiązań poprzez dopasowywanie szeregu Fouriera zbyt wysokiego rzędu. Program wraca do kroku 2 i sprawdza kolejny ciąg (...), o ile nie wyczerpał już wszystkich możliwości.
- 7 Jeśli sprawdzone zostały już wszystkie ciągi, to z zapamiętanych dobrych ciągów wybierany jest ten o najmniejszej dyspersji fitu. Algorytm zostaje ponownie uruchomiony, ale dopasowywany jest tylko szereg o wyrazach określonych przez wybrany ciąg. Nie ma już ograniczeń na odrzucanie punktów, zaś okresy są poprawiane metodą sprzężonych kierunków Zangwillego (Zangwill 1969, algorytm II, procedura zakodowana przez Aleksandra Schwarzenberg-Czernego, zaczerpnięta z biblioteki CAMKu).
- 8 Do osobnego pliku zapisywane są wszystkie interesujące współczynniki, i algorytm wraca do kroku 1, analizując dane dla kolejnej gwiazdy.

Po przeanalizowaniu wszystkich gwiazd algorytm, już z poprawionymi okresami, uruchomiony był ponownie, ale już bez poprawiania okresów, aby znaleźć lepsze wartości (...).

**Test algorytmu.** Działanie algorytmu (bez poprawiania okresów, jedynie znajdowanie widm, a więc ciągów  $(N_0, N_+, N_-, N_\Delta)$ ) sprawdziłem uruchamiając go dla gwiazd wykazujących efekt Błażki ze Zgrubienia Centralnego Galaktyki, dla których ciągi (...) są znane z bezpośredniej analizy widm (Moskalik i Poretti 2003). Test przeprowadziłem dla 30 gwiazd, dokładnie typu BL1 lub BL2. Dane wejściowe zostały zubożone dokładnie tak jak w przypadku LMC, a więc składały się na nie okres modu fundamentalnego i okres dodatkowego piku o największej amplitudzie. W wypadku 28 gwiazd algorytm odnalazł identyczne wartości ciągów (...). Jedyne w dwóch przypadkach wystąpiły istotne problemy. Oto one:

- BW10\_V41 – algorytm znalazł widmo (4, 3, 3, 0) zamiast (4, 0, 3, 0) i odrzucił jeden punkt,
- BW10\_V44 – algorytm znalazł widmo (4, 0, 3, 1) zamiast (4, 0, 4, 0) i odrzucił dwa punkty.

W drugim przypadku różnica jest niewielka, natomiast w pierwszym zamiast dubletu algorytm odnalazł tryplet. W obu przypadkach odrzucał punkty, choć w przypadku dopasowywania szeregu Fouriera, o częstościach określonych przez prawidłowe ciągi (...) nie byłoby to konieczne.

## Literatura

- [1] Alcock, C. *et al.* 2000, *Astrophys. J.*, **542**, 257.
- [2] Alcock, C. *et al.* 2003, *Astrophys. J.*, **598**, 597.
- [3] Barnes, T.G., Moffett, T.J., Hawley, S.L., Slovak, M.H., Fruech, M.L. 1988, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **67**, 403.
- [4] Bessel, M.S. 1983, *PASP*, **95**, 480.
- [5] Blazhko, S. 1907, *Astr. Nachr.*, **175**, 325.
- [6] Butler, D. 1975, *Astrophys. J.*, **200**, 68.
- [7] Cacciari, C., Clementini, G., Prévot, L., Lindgren, H., Lolli, M., Oculi, L. 1987, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **69**, 135.
- [8] Chadid, M., Wade, G.A., Shorlin, S.L.S., Landstreet, J.D. 2004, *Astron. Astrophys.*, **413**, 1087.
- [9] Clement, C.M. 2000, *ASP Conf. Ser.*, Vol. 203, 266.
- [10] Clementini, G., Cacciari, C., Lindgren, H. 1990, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **85**, 865.
- [11] Clementini, G., Gratton, R., Bragaglia, A., Carretta, E., Di Fabrizio, L., Maio, M. 2003, *Astron. J.*, **125**, 1309.
- [12] Costar, D., Smith, H.A. 1988, *Astron. J.*, **96**, 1925.
- [13] Fernley, J.A., Skillen, I., Jameson, R.F., Barnes, T.G., Kilkenny, D., Hill, G. 1990, *MNRAS*, **247**, 287.
- [14] Gratton, R.G., Bragaglia, A., Clementini, G., Carretta, E., Di Fabrizio, L., Maio, M., Taribello, E. 2004, astro-ph/0405412, *Astron. Astrophys.* – w druku.
- [15] Hansen, L., Petersen, J.O. 1991, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **88**, 95.
- [16] Harris, W.E. 1996, *Astron. J.*, **112**, 1487.
- [17] Hogg, H.S. 1973, *Publ. David Dunlap Observ.* **6**, 1.
- [18] Jurcsik, J. 1995, *Acta Astron.*, **45**, 653.
- [19] Jurcsik, J., Kovács, G. 1996, *Astron. Astrophys.*, **312**, 111.
- [20] Jurcsik, J. 1998, *Astrophys. J.*, **506**, L113.
- [21] Jurcsik, J., Benkő, J.M., Szeidl, B. 2002, *Astron. Astrophys.*, **390**, 133.
- [22] Kałużny, J., Kubiak, M., Szymański, M., Udalski, A., Krzemiński, W., Mateo, M. 1996, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **120**, 139.



- [23] Kałużny, J., Kubiak, M., Szymański, M., Udalski, A., Krzemiński, W., Mateo, M. 1997, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **125**, 343.
- [24] Kholopov, P.N. *et al.* 1995, General Catalog of Variable Stars, Moskwa.
- [25] Kovács, G., Zsoldos, E. 1995, *Astron. Astrophys.*, **293**, L57.
- [26] Kovács, G., Walker, A.R. 2001, *Astron. Astrophys.*, **371**, 579.
- [27] Kovács, G. 2001 *Stellar pulsation-nonlinear studies*, ed. M Takeuti & D.D. Sasselov, *Astrophys. Space Sci. Lib.*, **257**, 61.
- [28] Kovács, G. 2002, *ASP Conf. Ser.*, Vol. 259, 396.
- [29] Layden, A.C. 1994, *Astron. J.*, **108**, 1016.
- [30] Liu, T., Janes, K.A. 1989, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **69**, 593.
- [31] Mazur, B., Kałużny, J., Krzemiński, W. 1999, *MNRAS*, **306**, 727.
- [32] Mizerski, T. 2003, *Acta Astron.*, **53**, 307.
- [33] Moffett, T.J., Barnes, T.G. 1979a, *Astron. J.*, **84**, 627.
- [34] Moffett, T.J., Barnes, T.G. 1979b, *PASP*, **91**, 180.
- [35] Moskalik, P., Poretti, E. 2003, *Astron. Astrophys.*, **398**, 213.
- [36] Nowakowski, R.M., Dziembowski, W.A. 2001, *Acta Astron.*, **51**, 5.
- [37] Olech, A. 1997, *Acta Astron.*, **47**, 183.
- [38] Olech, A., Kałużny, J., Thompson, I.B., Pych, W., Krzemiński, W., Schwarzenberg-Czerny, A. 1999, *Astron. J.*, **118**, 442.
- [39] Petersen, J.O. 1986, *Astron. Astrophys.*, **170**, 59.
- [40] Poretti, E. 2001, *Astron. Astrophys.*, **371**, 986.
- [41] Preston, G.W. 1959, *Astrophys. J.*, **130**, 507.
- [42] Rey, S., Lee, Y., Joo, J. 2000, *Astron. J.*, **119**, 1824.
- [43] Shibahashi, H. 2000, *ASP Conf. Ser.*, Vol. 203, 299.
- [44] Skillen, I., Fernley, J.A., Stobie, R.S., Marang, F., Jameson, R.F. 1993, *SAAO Circ.*, **15**, 90.
- [45] Smith, H.A. 1995, *RR Lyrae Stars*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [46] Soszyński, I., Udalski, A., Szymański, M., Kubiak, M., Pietrzyński, G., Woźniak, P., Żebruń, K., Szewczyk, O., Wyrzykowski, Ł. 2002, *Acta Astron.*, **52**, 369.

- [47] Soszyński, I., Udalski, A., Szymański, M., Kubiak, M., Pietrzyński, G., Woźniak, P., Żebruń, K., Szewczyk, O., Wyrzykowski, Ł. 2003, *Acta Astron.*, **53**, 93.
- [48] Suntzeff, N.B., Kraft, R.P., Kinman, T.D. 1994, *Astrophys. J.*, **93**, 271.
- [49] Udalski, A., Kubiak, M., Kałużny, J., Szymański, M., Mateo, M., Krzemiński, W. 1994, *Acta Astron.*, **44**, 317.
- [50] Udalski, A., Szymański, M., Kałużny, J., Kubiak, M., Mateo, M., Krzemiński, W. 1995a, *Acta Astron.*, **45**, 1.
- [51] Udalski, A., Olech, A., Szymański, M., Kałużny, J., Kubiak, M., Mateo, M., Krzemiński, W. 1995b, *Acta Astron.*, **45**, 433.
- [52] Udalski, A., Olech, A., Szymański, M., Kałużny, J., Kubiak, M., Mateo, M., Krzemiński, W., Stanek, K.Z. 1996, *Acta Astron.*, **46**, 51.
- [53] Udalski, A., Olech, A., Szymański, M., Kałużny, J., Kubiak, M., Mateo, M., Krzemiński, W., Stanek, K.Z. 1997, *Acta Astron.*, **47**, 1.
- [54] Zangwill, W.I. 1969, *Nonlinear Programming: A Unified Approach*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
- [55] Zinn, R., West, M.J. 1984, *Astrophys. J.*, **55**, 45.