

# Ruch cząstki próbnej w polu grawitacyjnym czarnej dziury

## I. Przyspieszony kurs Ogólnej Teorii Względności

Gdy w 1916 r. Einstein sformułował OTW trudno było znaleźć dla niej zastosowania. Obserwować można było tylko efekty słabego pola (precesja orbity Merkurego, ugięcie promieni świetlnych w pobliżu Słońca). Obecnie z kolei trudno się bez niej obejść (kosmologia, czarne dziury, GPS!) choć często udaje się unikać stosowania pełnego formalizmu tej teorii, który jest bardzo skomplikowany. Coraz pełniejsze modele wielu zjawisk będą jednak niewątpliwie wymagać coraz pełniejszego uwzględniania także i OTW. Prześledzimy istotę tej teorii.

### 1. Mechanika klasyczna

Czas  $t$  jest oddzielony od przestrzeni, a transformacje układu odniesienia zachowują niezależnie odstępy czasu

$$dt = \text{const}$$

i odstępy przestrzenne

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = \text{const}$$

(tak to zapiszemy we współrzędnych kartezjańskich).

### 2. Szczególna Teoria Względności

Czas jest "wymieszany" z przestrzenią tworząc czterowymiarową czasoprzestrzeń. Zmiana układu odniesienia zachowuje tylko odległość czasoprzestrzenną, a nie odstęp czasu i przestrzeni niezależnie. We współrzędnych kartezjańskich

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = \text{const}$$

To samo we współrzędnych sferycznych

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Efekt jest istotny, jeśli prędkości  $dx/dt \sim c$  (prędkość światła), w przeciwnym przypadku mieszanie jest słabe.

## 2. Szczególna Teoria Względności c.d.

**Fotony:**  $ds^2 = 0$

Przy zmianie układu odniesienia foton zawsze pozostaje fotonem, a jego prędkość jest równa  $c$  i jest niezmiennicza.

**Interwały (odległości) przestrzenne:**  $ds^2 < 0$

**Interwały (odległości) czasowe :**  $ds^2 > 0$

Punkty o  $ds^2 > 0$  można połączyć linią świata. Ta własność (znak  $ds^2$ ) nie ulega zmianie w różnych układach odniesienia, natomiast kolejność zdarzeń z  $ds^2 < 0$  nie jest ustalona.

## 3. Ogólna Teoria Względności

Ta teoria grawitacji stwierdza, że grawitacja to zakrzywienie czasoprzestrzeni i dlatego masa grawitacyjna i masa bezwładna są tożsame.

Materia/energia zakrzywiają czasoprzestrzeń, dlatego w ogólnym przypadku odległości, nawet we współrzędnych kartezjańskich, wyraża się poprzez współczynniki tensora metrycznego

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (\text{sumowanie po } \alpha \text{ i } \beta \text{ od 1 do 4})$$

Równania teorii względności wiążą postać funkcyjną tych współczynników z tensorem napięć-energii materii, co można zapisać symbolicznie

$$\overset{\cdot\cdot}{g} = 8\pi G T$$

→
←

pochodne  $g_{\alpha\beta}$  aż do drugiego rzędu      stała grawitacji      tensor napięć-energii

Są to równania nieliniowe, lewa strona zawiera iloczyny pochodnych składające się na tensor krzywizny.

Gdy  $T = 0$  w całej przestrzeni, mamy szczególną teorię względności. Jeżeli znika tylko w części, to oczywiście nie.

Proste przypadki szczególne:

**(a) kosmologia** - modele przestrzenie jednorodne i izotropowe (metryka Friedmana-Robertsona-Walkera)

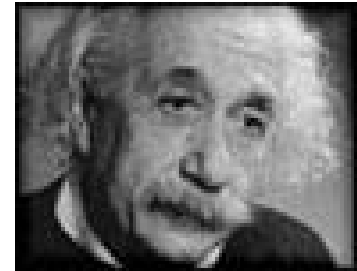
$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad \text{model płaski } (k=0), \text{ zamknięty } (k<0) \text{ lub otwarty } (k>0)$$

### 3. Ogólna Teoria Względności c.d.

Czynnik skalujący  $R(t)$  wyznacza się z równań po założeniu równania stanu materii wypełniającej Wszechświat (pył -  $p=0$ ; promieniowanie  $p=\frac{1}{3}\rho$ ; przejście fazowe w epoce inflacji  $p \sim -\frac{1}{3}\rho$  ujemne, itp).

**(b) pole grawitacyjne wokół punktowej masy** (bez momentu pędu i ładunku)

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{R_{Schw}}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{R_{Schw}}{r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$



to metryka Schwarzschilda, stacjonarna, sferycznie symetryczna, asymptotycznie płaska. Bliżej, stopień zakrzywienia wiąże się z masą centralną  $M$  poprzez

$$R_{Schw} = \frac{2GM}{c^2} \quad \text{promień Schwarzschilda}$$

tworząc poprawkę typu  $2GM/c^2r$ , w której można rozpoznać potencjał grawitacyjny z teorii Newtona.

$r = R_{Schw}$  - horyzont czarnej dziury; dla  $r \rightarrow R_{Schw}$  pojawiają się nieskończoności. Co się dzieje? Lokalnie zawsze można wprowadzić układ współrzędnych, który niweluje krzywiznę w danym miejscu

$$d\tau = c \sqrt{1 - \frac{R_{Schw}}{r}} dt \quad \tilde{dr} = \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{R_{Schw}}{r}}}$$

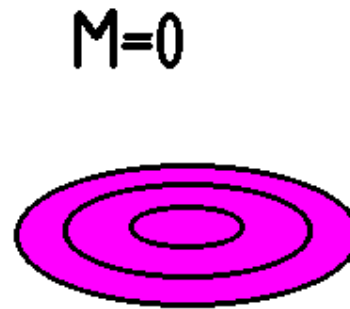
czynnik grawitacyjnego przesunięcia ku czwieni

Widać, że czas w pobliżu horyzontu płynie wolniej, za to jest dużo przestrzeni, dlatego symbolicznie można geometrię czarnej dziury w płaszczyźnie równikowej narysować tak:

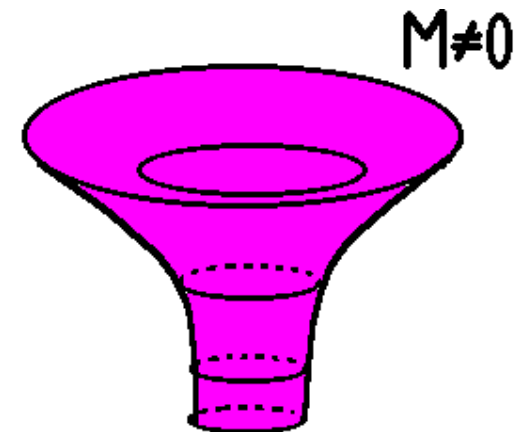
Obwód każdego koła to  $2\pi r$ , ale odległość między okręgami to nie  $dr$ , ale  $\tilde{dr}$ . Odległość radialną do horyzontu można policzyć całkując. Lokalna prędkość  $\tilde{dr}/d\tau$  wiąże się z prędkością wyznaczaną w nieskończoności:

Z punktu widzenia odległego obserwatora nawet światło stoi na horyzoncie ( $dr/dt = 0$  gdy  $\tilde{dr}/d\tau = c$ )

$$\frac{dr}{dt} = \left(1 - \frac{R_{Schw}}{r}\right) \frac{\tilde{dr}}{d\tau}$$



$M=0$



$M \neq 0$

### 3. Ogólna Teoria Względności c.d.

Dokładniej badając okolice horyzontu w innym układzie współrzędnych (związanym z cząstkami lub fotonami wpadającymi do czarnej dziury) widać, że na horyzoncie nie ma żadnej osobliwości w sensie dynamicznym - siły przyływowe i krzywizna są skończone, a dla masywnych czarnych dziur nawet całkiem małe. Następuje tylko

#### zamiana przestrzeni z czasem:

- nad horyzontem : ruch w czasie wyłącznie do przodu, ruch w przestrzeni w kierunku radialnym na zewnątrz lub do środka - dowolnie
  - pod horyzontem: ruch radialnie tylko do środka, kierunek czasu niesprecyzowany
- Dla cząstki wpadającej pod horyzont czas własny jest skończony. Można to policzyć z równania ruchu (poniżej).

Metryka Schwarzschilda opisuje:

czarne dziury (nierotujące, bez ładunku elektrycznego)

zewnątrzne pole grawitacyjne każdej, sferycznie symetrycznej, nierotującej, ale nawet kolapsującej gwiazdy.

## II. Równania ruchu cząstki próbnej w polu grawitacyjnym

### 1. Mechanika klasyczna Newtona

ř potencjał grawitacyjny; ruch cząstki próbnej (wariant równań Eulera bez ciśnienia itp) to:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla\psi \quad / \quad * \vec{v} \longrightarrow \vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{v} \nabla\psi$$

uwzględniając, co oznacza operator pochodnej i stosując go do potencjału dostajemy:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \nabla \quad \frac{d}{dt} \psi = \frac{\partial}{\partial t} \psi + \vec{v} \nabla \psi \quad \text{i jeśli potencjał nie jest funkcją czasu, to}$$

$$\text{i otrzymujemy równanie} \quad \frac{\partial}{\partial t} \psi = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{d v^2}{dt} + \frac{d \psi}{dt} = 0 \longrightarrow \frac{1}{2} v^2 + \psi = \text{const} = e \quad \text{równanie zachowania energii, (energia na jednostkę masy)}$$

# 1. Mechanika klasyczna Newtona c.d.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla\psi \quad | \quad \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{r} \times \nabla\psi$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = \vec{v} \times \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt}$$

0      nasza lewa strona

Jeżeli potencjał jest sferycznie symetryczny,  $\vec{r} = \check{r}(r)$ ,  $\nabla\psi \sim \vec{r}$ ,  $\vec{r} \times \nabla\psi = 0$

i otrzymujemy drugie prawo - **równanie zachowania momentu pędu,**

$$\vec{r} \times \vec{v} = \text{const} = l \quad (\text{pęd na jednostkę masy})$$

Ruch w tym potencjale odbywa się w jednej płaszczyźnie. Prędkość we współrzędnych sferycznych rozkładamy na  $v_r$  i  $v_{\phi}$ . Wtedy warunek zachowania momentu pędu w postaci skalarnej

$$r v_{\phi} = l$$

a korzystając z tego równanie energii przepisujemy jako

$$\frac{1}{2}v_r^2 + \frac{1}{2}\frac{l^2}{r^2} + \psi = e$$

$l, e$  - stałe ruchu

## 2. Newtonowskie orbity kołowe

$v_r = 0$       nie wystarczy, bo elipsa w dwóch punktach też to spełnia

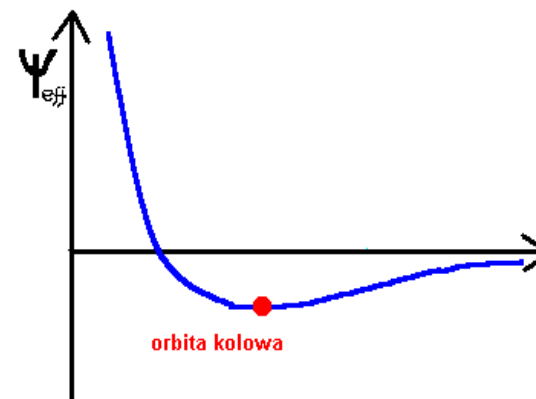
$dv_r/dr = 0$       to zapewni 'brak odejścia'

Musimy prawo zachowania energii zróżniczkować. Widać, że oplaca się wprowadzić pojęcie potencjału efektywnego,

$$\psi_{\text{eff}} = \psi + \frac{1}{2}\frac{l^2}{r^2}; \quad \psi_{\text{eff}}^{\text{Newton}} = -\frac{GM}{r} + \frac{1}{2}\frac{l^2}{r^2}$$

warunek na orbity kołowe:

$$\frac{d\psi_{\text{eff}}}{dr} = 0; \quad \frac{d\psi_{\text{eff}}^{\text{Newton}}}{dr} = 0 = \frac{GM}{r^2} - \frac{l^2}{r^3} \rightarrow l_K = \sqrt{GMr}, \quad e_K = -\frac{1}{2}\frac{GM}{r}$$



### 3. Potencjał pseudo-newtonowski

Wprowadzony przez Paczyńskiego i Wiitę w 1980 r. pozwala uniknąć nauczenia się OTW, ponieważ uwzględnia najistotniejsze efekty metryki Schwarzschilda nawet poprawnie ilościowo.

$$\psi^{PNewton} = -\frac{GM}{r - R_{Schw}}$$

Imituje istnienie horyzontu na  $r = R_{Schw}$

$$\psi_{eff}^{PNewton} = -\frac{GM}{r - R_{Schw}} + \frac{1}{2} \frac{l^2}{r^2}$$

Warunek na orbitę kołową daje nam teraz:

$$\frac{d\psi_{eff}}{dr} = 0 = \frac{GM}{(r - R_{Schw})^2} - \frac{l^2}{r^3} \longrightarrow l_K = \sqrt{\frac{GM r^3}{(r - R_{Schw})^2}}$$

Dla danej (dużej) wartości  $l$  mamy **dwa** (a nie jedno!) rozwiązania. Orbita zewnętrzna jest orbitą stabilną, natomiast orbita wewnętrzna jest orbitą niestabilną.

Jeżeli stała  $l$  maleje, to orbity zbliżają się, i w pewnym momencie (tzn. dla pewnego granicznego  $l$ ) obie orbity kołowe zbiegają się, a na wykresie potencjału efektywnego jest tylko punkt przegięcia.

Punkt przegięcia na krzywej określony jest przez zestaw dwóch warunków:

$$\frac{d\psi_{eff}}{dr} = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{d^2\psi_{eff}}{dr^2} = 0$$

Rozwiązując te dwa równania łącznie otrzymujemy zarówno wartość momentu pędu, jak i położenie odpowiadającej mu orbity

$$r_{ms} = 3 R_{schw}$$

Jest to tak zwana **orbita marginalnie stabilna**.

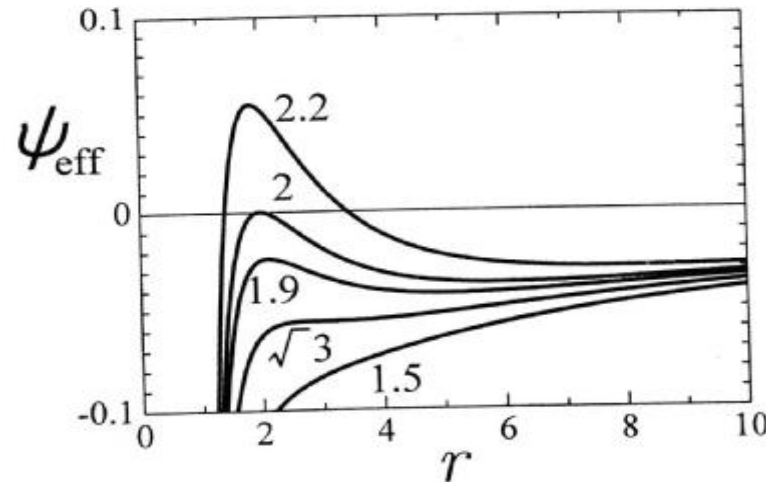
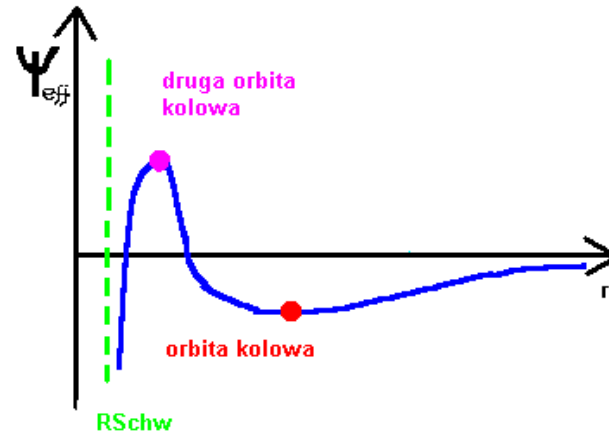


Fig. 2.6 Effective potential  $\psi_{eff}$  as a function of  $r$  for several values of  $\ell$ . The units of  $r$ ,  $\psi_{eff}$ , and  $\ell$  are  $r_g$ ,  $c^2$ , and  $r_g c$ , respectively, where  $r_g (= 2GM/c^2)$  is the Schwarzschild radius. The value of  $\ell$  is attached on each curve.

### 3. Potencjał pseudo-newtonowski

Orbita marginalnie stabilna nie występuje w teorii Newtona, jest to dramatyczna zmiana **jakościowa**. W teorii Newtona wszystkie orbity kołowe są stabilne, a moment pędu orbit kołowych rośnie monotonicznie na zewnątrz. Natomiast w potencjale pseudo-newtonowskim, imitującym OTW mamy stabilne orbity kołowe powyżej  $r_{ms} = 3 R_{Schw}$  i niestabilne orbity kołowe poniżej. Zatem na  $r_{ms}$  nawet najmniejsza perturbacja może wtrącić cząstkę do czarnej dziury. Moment pędu na orbitach kołowych dla  $r < r_{ms}$  rośnie w stronę horyzontu, więc moment pędu dla  $r < r_{ms}$  przestaje stanowić barierę potencjału, w przeciwieństwie do sytuacji w teorii Newtona. Cząstka poniżej jest w spadku swobodnym, ale ze względu na posiadany moment pędu nie spada od razu radialnie, tylko po dość szybko rozwijającej się spirali.

Wartość momentu pędu na orbicie marginalnie stabilnej:

$$l_{ms} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \sqrt{GMR_{Schw}} \quad \text{minimalny moment pędu na orbicie kołowej}$$

Cząstka spadająca z nieskończoności z mniejszym momentem pędu spada bezpośrednio (niemal radialnie) do czarnej dziury, nie ma dla niej żadnej orbity stabilnej.

Energia na orbicie marginalnie stabilnej:

$$e_{ms} = -\frac{2GM}{2R_{Schw}} + \frac{1}{2} \frac{\frac{27}{4} GMR_{Schw}}{(3R_{Schw})^2} = -\frac{1}{16} c^2$$

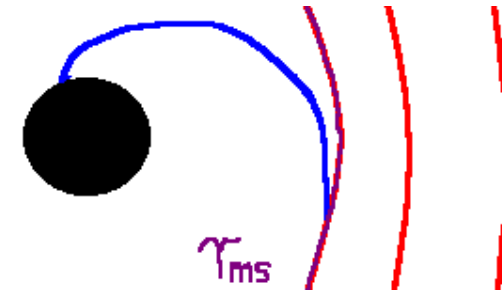
To jest podstawowa wielkość w teorii dysków akrecyjnych.

Dysk akrecyjny to w pierwszym przybliżeniu cząstki na orbitach kołowych, które powolutku tracą energię i moment pędu, powoli dyfundując na orbity o coraz mniejszym promieniu. W nieskończoności ("początek" przepływu akrecyjnego) energia cząstki jest prawie zero. Dojście do orbity marginalnie stabilnej wymaga pozbycia się energii równej tej, jaką cząstka ma na  $r_{ms}$  (ze znakiem minus). Dalszy spadek już nie wymaga dostosowania energii i momentu pędu, co schematycznie można ująć:

$\infty \rightarrow$  powolna akrecja  $\rightarrow r_{ms} \rightarrow$  spadek swobodny  $\rightarrow r_s \rightarrow$  spadek naddźwiękowy  $\rightarrow$  horyzont

Zatem wydajność energetyczna procesu akrecji dyskowej na czarną dziurę jest  $\eta^{postNewton} = -\frac{e_{ms}}{c^2} = \frac{1}{16}$

To jest oczywiście ocena wydajności akrecji na czarną dziurę w przybliżeniu pseudo-newtonowskim.



## 4. Ruch cząstek w metryce Schwarzschilda

W OTW równania ruchu rozwiązuje się podobnie, przede wszystkim wykorzystując znów prawo zachowania energii (bo stacjonarność) i prawo zachowania momentu pędu (bo symetria sferyczna). Sama postać ogólna równań to

$$\frac{D^2 x^\alpha}{d\tau^2} = 0 = \frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{d\tau} \frac{dx^\gamma}{d\tau}$$

a współczynniki wylicza się z metryki. Znając całki tych równań otrzymujemy równanie na prędkość radialną cząstki o energii  $e$  i momencie pędu  $l$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{c^2} + e - \frac{GM}{r} + \frac{1}{2} \frac{l^2}{r^2} \left( 1 - \frac{R_{Schw}}{r} \right)$$

i znowu można wprowadzić potencjał efektywny

$$\psi_{eff}^{Schwarzschild} = -\frac{GM}{r} + \frac{1}{2} \frac{l^2}{r^2} \left( 1 - \frac{R_{Schw}}{r} \right)$$

Jest nieco inny niż w przybliżeniu pseudo-newtonowskim. Widać, że w poprawnym ujęciu OTW to nie potencjał grawitacyjny jest "silniejszy" niż w teorii Newtona, ale raczej człon z momentem pędu uległ "osłabieniu". W sumie jednak efekt finalny jest podobny. Powtórzenie analizy orbit kołowych daje także i tym razem  $r_{ms} = 3 R_{schw}$ , z orbitami stabilnymi powyżej  $r_{ms}$  i niestabilnymi poniżej  $r_{ms}$ . Zmienia się nieco ocena efektywności akrecji

$$\eta^{Schwarzschild} = 1 - \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0.057$$

Mając równanie ruchu można też łatwo policzyć, że czas własny cząstki przy spadku od promienia  $r_0$  do horyzontu jest skończony

$$\frac{dr}{\sqrt{\frac{1}{2} \frac{e^2}{c^2} + e - \frac{GM}{r}}} = d\tau \qquad \int_{r_0}^{R_{Schw}} \frac{dr}{\sqrt{\frac{1}{2} \frac{e^2}{c^2} + e - \frac{GM}{r}}} = \tau < \infty$$



## 5. Metryka Kerr

Punktowa masa, będąca źródłem pola grawitacyjnego, może być obdarzona momentem pędu. Takie pole grawitacyjne nie ma sferycznej symetrii, ale jest osiowo-symetryczne, z wyróżnioną osią rotacji czarnej dziury. Istnieje ścisłe rozwiązanie równań Einsteina opisujące tę sytuację.

We współrzędnych sferycznych (Boyer-Linquista) metryka wygląda następująco:

$$ds^2 = e^{2\nu} dt^2 - e^{2\psi} (d\phi - \omega dt)^2 - e^{2\lambda} dr^2 - e^{2\mu} d\theta^2$$

Parametry:  $M$  - masa czarnej dziury

$a$  - moment pędu czarnej dziury na jednostkę masy

Reszta to przykre funkcje, w jednostkach  $G=c=1$ , które od tych parametrów zależą:

$$e^{2\nu} = \Delta A / B$$

$$A = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$$

$$e^{2\psi} = B^2 \sin^2 \theta / A$$

$$B = (r^2 + a^2)^2 - \Delta a^2 \sin^2 \theta$$

$$\omega = 2 a M r / B$$

$$\Delta = r^2 - 2 M r + a^2$$

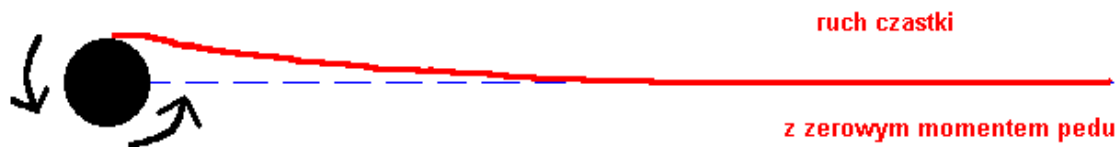
$$e^{2\lambda} = A / \Delta$$

$$0 \leq a < 1$$

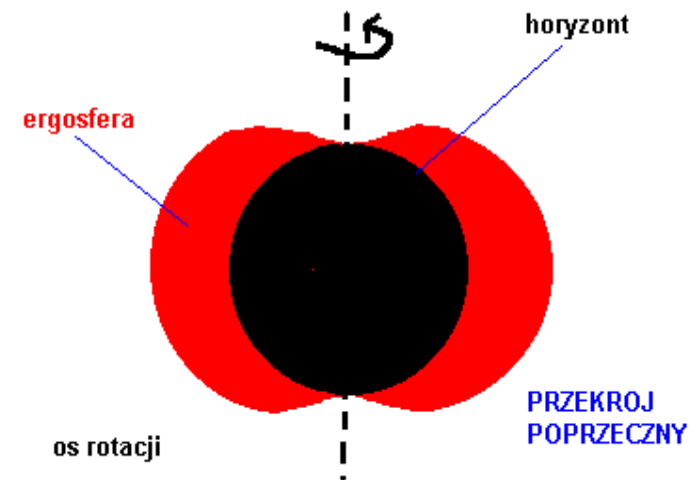
$$e^{2\mu} = A$$

$a=0$  metryka Schwarzschilda

Istotna dodatkowa komplikacja: współrzędna czasowa  $t$  "miesza się" z kątową  $\phi$  mierzona w płaszczyźnie równikowej. Czarna dziura rotując "wlecze" za sobą przestrzeń. Cząstka spadając z nieskończoności bez momentu pędu nie spada radialnie, ale odchyła się w kierunku rotacji.



Oprócz horyzontu pojawia się na zewnątrz od niego **ergosfera** - obszar, w którym czas płynie do przodu, ale **ruch w kierunku  $\phi$  zachodzi wyłącznie zgodnie z kierunkiem rotacji** czarnej dziury.



## 5. Metryka Kerra c.d.

Ograniczymy się do ruchu cząstek w płaszczyźnie równikowej. Odpowiednie równanie ruchu wygląda podobnie jak dla Schwarzschilda, ale jest odpowiednio bardziej skomplikowane:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = \frac{r(r^2 + a^2) + 2a^2 M}{r^3} (e+1)^2 - \frac{4aM(e+1)l}{r^3} - \frac{(r-2M)l^2 + \Delta r}{r^3}$$

Jakościowo charakter orbit kołowych nie ulega zmianie, jest orbita marginalnie stabilna oraz stabilne orbity powyżej i niestabilne poniżej. Położenie rms zależy jednak istotnie od **a** i od faktu, czy rozważamy ruch kołowy **zgodny** czy **przeciwny** w stosunku do kierunku rotacji czarnej dziury.

**UWAGA: dwa razy mniejsze jednostki**  
 $R_{\text{Schw}} = 2M$

Pozostałe orbity pokazane na rysunku to:

**$r_b$**  - *marginally bound* - orbita marginalnie związana,

określona przez warunek  **$e = 0$**

**$r_{ph}$**  - *photon* - orbita fotonowa, czyli orbita kołowa, po której porusza się foton

Energia wiązania rośnie ze wzrostem **a** dla orbit "prostych", czyli zgodnych z kierunkiem rotacji czarnej dziury. Maksymalna astrofizycznie sensowna wartość **a** to

**$a=0.998$** .

$$\eta_{a=0.998} = 0.42$$

Akrecja na rotującą czarną dziurę jest niezwykle wydajna, gdy zachodzi w odpowiednim kierunku.

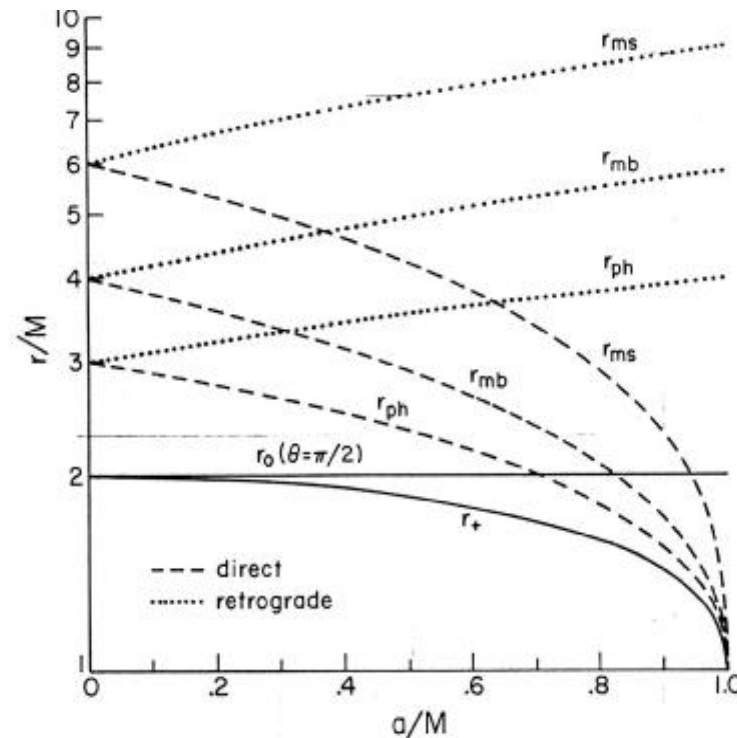


Figure 2. Radii of circular, equatorial orbits around a rotating black hole of mass  $M$ , as functions of the hole's specific angular momentum  $a$ . Dashed and dotted curves (for direct and retrograde orbits) plot the Boyer-Lindquist coordinate radius of the innermost stable (ms), innermost bound (mb), and photon (ph) orbits. Solid curves indicate the event horizon ( $r_+$ ) and the equatorial boundary of the ergosphere ( $r_0$ ). (From Bardeen, Press, and Teukolsky 1972.)

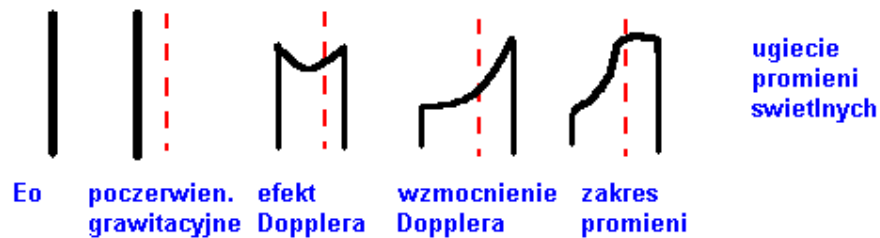
# III. Zastosowania praktyczne

## 1. Profil linii żelaza w AGN i GBH - idea

Materia o temperaturze poniżej  $\sim 10^6$  K, oświetlana twardym promieniowaniem rentgenowskim produkuje w wyniku fluorescencji linię żelaza o energii 6.4 KeV. Pochłonięciu ulega foton o energii powyżej progu jonizacji żelaza (7.1 keV), a powstaje (z prawdopodobieństwem 1/3) foton odpowiadający różnicy energii między powłokami K i L. Jeżeli atom jest znacząco zjonizowany, to energia jonizacji oraz energia linii wzrastają ( $K_{\alpha}$  do 6.9 keV).

W obserwacjach zobaczymy nie linię monochromatyczną o tej dokładnie energii, ale kształt będzie zawierał informację o polu grawitacyjnym i ruchu materii. Dla nas najbardziej interesująca jest emisja z dysku akrecyjnego, tzn. z sekwencji orbit kołowych z zakresu od promienia minimalnego do maksymalnego.

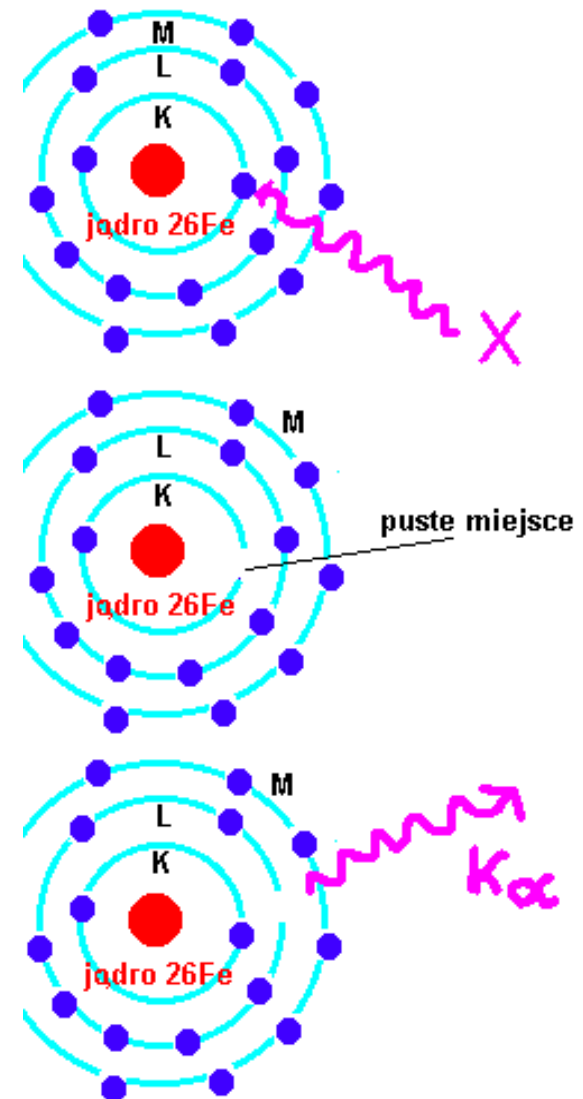
Sekwencja efektów do uwzględnienia (schematycznie)



Rachunki oczywiście przeprowadza się nie tak 'po kolei', ale w skrajnym przypadku (rzadko) rozwiązując równania ruchu fotonów w OTW.

Przeprowadzenie rachunów dla jednego pierścienia wymaga podania wartości promienia w jednostkach M czy  $R_{Schw}$ , parametru  $a$  dla czarnej dziury oraz kąta nachylenia obserwatora (oznaczanego  $i$ ), rachunki dla sekwencji pierścieni wymagają dodatkowo sprecyzowania natężenia linii w funkcji promienia, albo jeszcze poprawniej, natężenia promieniowania padającego w funkcji promienia oraz oceny efektywności produkcji linii w funkcji promienia.

Schemat powstawania linii fluorescencyjnej  $K_{\alpha}$



## 2. Profil linii żelaza w AGN i GBH - rachunki numeryczne

Przykładowe wykresy wzięte z pracy Dąbrowski et al, 1997 MN 288, L11

Przyjęte parametry:

$$\text{rms} < r < 15 \text{ GM}/c^2$$

$$F(r) \sim r^{-2.8}$$

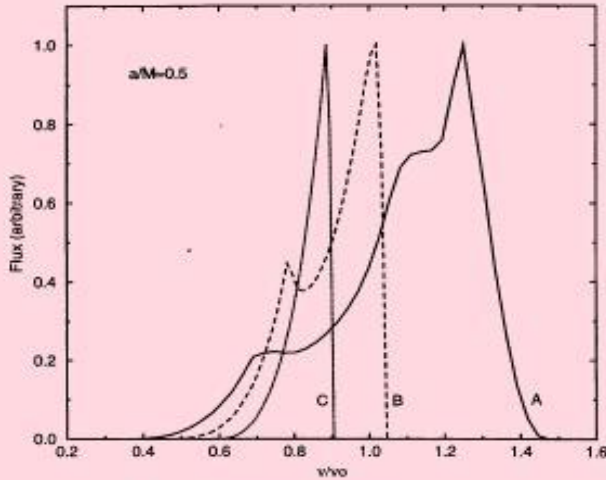


Figure 2. As Fig. 1 but for  $a_* = 0.5$ .

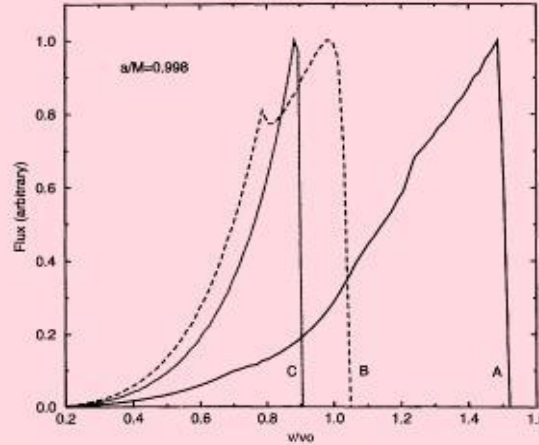


Figure 3. As Fig. 1 but for  $a_* = 0.998$ , corresponding to an extreme Kerr black hole (Thorne 1974).

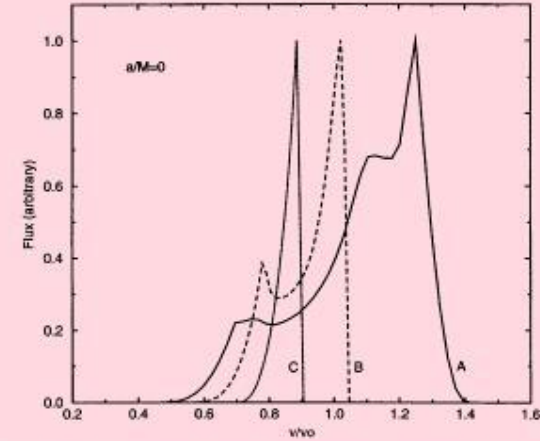
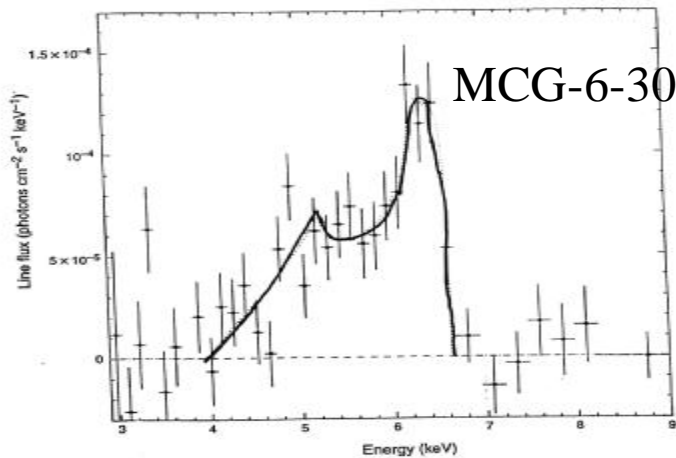


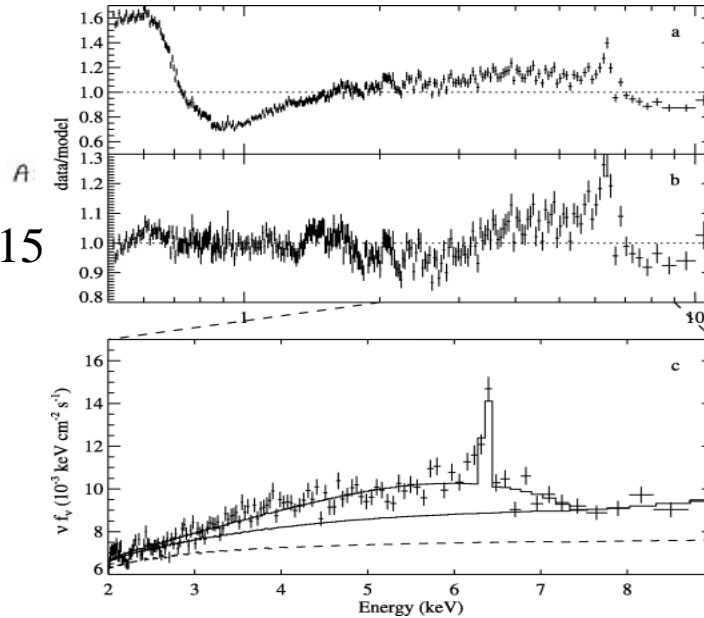
Figure 1. Predicted spectral line shapes for a Schwarzschild black hole ( $a_* = 0$ ). A is for  $i = 85^\circ$ , B for  $i = 30^\circ$ , and C for  $i = 0^\circ$ .

## 3. Profil linii żelaza w obserwacjach

Linia żelaza jest dobrze widoczna we wszystkich galaktykach Seyferta, ale z reguły jest dosyć wąska, czyli nie pochodzi z najbardziej wewnętrznych części dysku. W kwazarach często jej nie ma ze względu na dżet i/lub wysoki poziom jonizacji. W GBH też jest, i poszerzona, ale znów nie dramatycznie. Brak wewnętrznych części dysku? Za to w MCG-6-30-15... 12



MCG-6-30-15



### 3. Profil linii żelaza w obserwacjach c.d.

Tak szeroka linia jest trudna do wytłumaczenia. Otrzymywane parametry są kuriozalne: wykładnik w przepisie na emisyjność w funkcji promienia musi być absurdalnie duży, co spowodowało wylansowanie pomysłu o ekstrakcji energii rotacyjnej z czarnej dziury. Czy aby jednak dobrze opisujemy kontinuum? Widmo NGC 4151 obok- przykład zakrzywionego kontinuum (prześwitujący absorber).

Planowany przyszły eksperyment (**Constellation X**) ma pozwolić badać nie tylko średni profil linii, ale dokładnie odpowiedź ośrodka na rozbłysk w zakresie rentgenowskim, następujący po ok. 1000 s. Obrazek u dołu przedstawia odpowiednie symulacje. Takie obserwacje pozwolą dokładnie śledzić, co się dzieje w pobliżu czarnej dziury, a może nawet testować teorię względności w naprawdę silnym polu grawitacyjnym.

