

Akrecja sferyczna

Rozważymy tym razem już samą dynamikę akrecji materii na obiekt centralny. W ogólnym przypadku nie mamy do czynienia z żadną symetrią problemu; np. gdy struga uderza bezpośrednio w powierzchnię gwiazdy. Warto jednak na początek rozważyć przypadek pozornie najprostszy, czyli właśnie problem akrecji sferycznej, szczególnie że jest to problem mocno ostatnio dyskutowany w kontekście czarnej dziury w centrum naszej Galaktyki i czarnych dziur w innych pobliskich galaktykach eliptycznych, o czym będzie na końcu wykładu. Co więcej, okaże się zresztą, że opis ten stosuje się całkiem nieźle w takich sytuacjach jak

- ♦ akrecja kolumnowa na białe karły i gwiazdy neutronowe
- ♦ akrecja w dysku poniżej orbity marginalnie stabilnej
- ♦ akrecja "adwektywna" (ADAF - *advection dominated accretion flow*)

1. Opis hydrodynamiczny - założenia

Materia akreująca jest z reguły dość rzadka i zjonizowana, stanowi mieszaninę różnych jonów i elektronów. Wymiana energii pomiędzy nimi następuje w wyniku zderzeń (oddziaływań kulombowskich). Zbyt mała liczba zderzeń nie pozwala na osiągnięcie równowagi hydrodynamicznej i trzeba wtedy stosować opis mikroskopowy. Na szczęście na oół nie ma tej konieczności. Ilościowo warunek stosowalności opisu hydrodynamicznego wyraża się następująco:

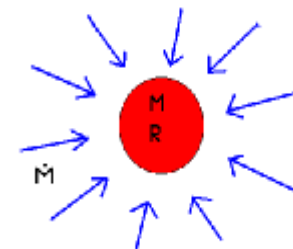
średnia droga swobodna $\lambda \ll L$ charakterystyczna odległość, na jakiej zmieniają się warunki
W typowej sytuacji:

$$\lambda \approx \frac{7 \times 10^5 T^2}{N \ln \Lambda} \quad T - \text{temperatura [K]}; \quad N - \text{gęstość liczbowa [cm}^{-3}\text{]}; \quad \ln \Lambda - \text{między 10 a 20}$$

Kiedy opis hydrodynamiczny załamuje się?

Prosty przykład. Na obiekt o masie M i promieniu R spada rzadki gaz. Tempo akrecji wynosi \dot{M} . Wtedy mamy związki

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v; \quad v \approx v_{ff} = \sqrt{\frac{GM}{r}}; \quad \rho = N m_p$$



1. Opis hydrodynamiczny - założenia c.d.

Korzystając z wielkości wprowadzonych na wykładzie 1 wielkości te można wyrazić wprowadzając

$$\dot{m} = \frac{\dot{M}}{M_{Edd}}; \quad x = \frac{r}{R_{Schw}}; \quad kT = \frac{GM m_p}{r}$$

czyli zakładając, że plazma ma temperaturę wirialną. Jeśli te wielkości podstawić do definicji średniej drogi swobodnej to otrzymamy relację

$$\frac{\lambda}{r} = \frac{10^6}{x^{3/2} m} \quad (\text{w ogólniejszym przypadku dodatkowy czynnik } (\frac{T}{T_{virial}})^2).$$

Widać, że dla małych x i/lub małych wartości tempa akrecji wielkość ta jest > 1 , czyli opis hydrodynamiczny nominalnie załamuje się! Jednak w przypadku obecności choćby niewielkiego pola magnetycznego wzór na średnią drogę swobodną ulega zmianie, a jej wartość redukuje się o rzędy wielkości. Na przykład w pobliżu powierzchni magnetycznego białego karła

$$\frac{\lambda_{eff}}{\lambda} \approx 10^{-8}$$

Dlatego jest sens rozważać akrecję sferyczną w przybliżeniu hydrodynamicznym, ale o problemie warto pamiętać.

2. Równania hydrodynamiczne

W swej ogólnej postaci równania stosowane w astrofizyce nie są niczym innym jak równaniami dobrze znanymi z kursu fizyki:

- równanie ciągłości: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$

- równania Eulera (r. ruchu): $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla P + \vec{f}$

- równanie energii:

- związki termodynamiczne i inne relacje określające siły zewnętrzne, strumień promieniowania oraz przewodnictwo cieplne itp, w miarę potrzeby:

$$P(\rho, T), \epsilon(\rho, T), F_{rad}, q, \text{ etc.}$$

2. Równania hydrodynamiczne cd.

Czasami wystarczy stosować przybliżenie gazu doskonałego, ewentualnie z małymi modyfikacjami, np. $P = \frac{kT \rho}{\mu m_p}$ gdzie w obszarze częściowej jonizacji średni ciężar cząsteczkowy nie jest stałą! A czasami (w białych karłach czy gwiazdach neutronowych) trzeba uwzględniać degenerację gazu. W procesach akrecyjnych bezpośrednio to nie występuje, akrejująca warstwa jest z reguły "oddegenerowana", ale za to występuje wkład od ciśnienia promieniowania.

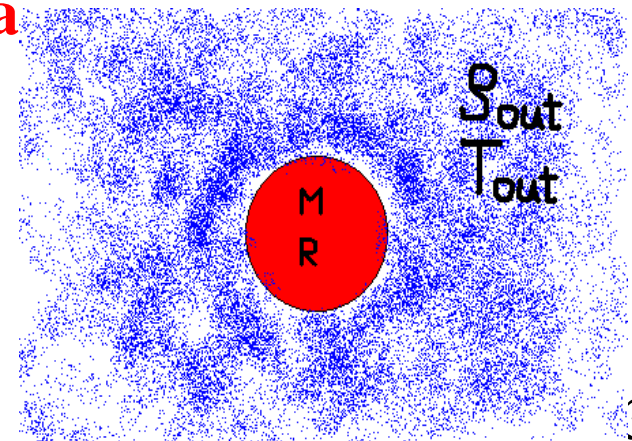
3. Rozwiązania stacjonarne, adiabatyczne, izotermiczne, politropowe

Ze względu na duży stopień komplikacji równań, często na początek rozważa się rozmaite przybliżenia:

- stacjonarność: $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$
 - adiabatyczność: energia nie jest wyświecana
- niezrelatywistycznego jednoatmowego mamy $d\epsilon + Pd\left(\frac{1}{\rho}\right) = const$ wzdłuż linii prądu. Dla gazu doskonałego
- gazu doskonałego niezrelatywistycznego w przypadku ogólnym oznacza to $P = \frac{kT\rho}{\mu m_p}$; $\epsilon = \frac{3}{2} \frac{kT}{\mu m_p}$ co oznacza relację $P\rho^{-5/3} = const$ Dla
- gazu relatywistycznego $P\rho^{-\gamma} = const$ wzdłuż linii prądu. Dla
- politropowość: to przyjęcie relacji $P\rho^{-\gamma} = const$ w całym ośrodku, co oznacza stałość entropii
 - izotermiczność: $T = const$, co jest szczególnym przypadkiem poprzedniego, jako $\gamma = 1$

4. Bondi (1952) - stacjonarna akrecja sferyczna

Problem, który teraz rozważymy, nie jest prostym ćwiczeniem matematycznym, ale jednym z dwóch zasadniczych wariantów akrecji. W swym podstawowym sformułowaniu odpowiada on na następujące pytanie: Mamy pojedynczą gwiazdę o masie M i promieniu R , zanurzona w ośrodku międzygwiazdowym, który z dala od naszej gwiazdy ma gęstość ρ_{out} i temperaturę T_{out} . Jakie jest tempo akrecji z tego ośrodka na gwiazdę?



4. Bondi (1952) - stacjonarna akrecja sferyczna c.d.

Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że cały ośrodek będzie chciał raptownie spłynąć, pociągnięty grawitacją gwiazdy. Tak jednak nie jest, ustala się dobrze określony stan stacjonarny. Prześledzimy teraz, jak to działa.

Założymy dla uproszczenia rozwiązanie politropowe, $P = K \rho^\gamma$

czyli nie potrzebujemy równania energii. Mamy sferyczną symetrię, czyli równanie ciągłości w wersji stacjonarnej

wygląda następująco: $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho v) = 0$

Mnożąc przez r^2 i całkując po promieniu otrzymujemy: $r^2 \rho v = const$

Zwyczajowa definicja tej stałej to

$$M = const \equiv 4 \pi r^2 \rho (-v)$$

czyli tempo akrecji jest dodatnie, prędkość jest ujemna.

Równania ruchu ograniczają się do jednej składowej radialnej $v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + \frac{GM}{r^2} = 0$

Mamy zatem dwa równania + zależność $P(\rho)$ i to pozwala nam z nich otrzymać $v(r)$ i $\rho(r)$. Równanie drugie też się daje scałkować, ale charakter rozwiązania łatwiej zrozumieć **przed** wykonaniem całkowania obu równań. Najpierw korzystamy z definicji prędkości dźwięku: $c_s^2 = \frac{dP}{d\rho}$

a następnie korzystając z relacji $\frac{dP}{dr} = \frac{dP}{d\rho} \frac{d\rho}{dr} = c_s^2 \frac{d\rho}{dr}$

przekształcamy równanie ruchu do $v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} c_s^2 + \frac{GM}{r^2} = 0$

Teraz możemy je połączyć z równaniem ciągłości przed jego scałkowaniem tak, aby znaleźć wyrażenie algebraiczne na pochodną kwadratu prędkości

$$\frac{dv^2}{dr} = \frac{-\frac{GM}{r^2} \left[1 - \frac{2c_s^2 r}{GM} \right]}{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_s^2}{v^2} \right)}$$

Ta postać równania pokazuje istotę problemu. Mianownik w tym równaniu staje się równy zeru, gdy tylko prędkość akrecji staje się równa prędkości dźwięku w danym punkcie: $v^2 = c_s^2$

Jest to tak zwany punkt osobliwy równania.

4. Bondi (1952) - stacjonarna akrecja sferyczna c.d.

Czy musimy się na niego natknąć? Asymptotycznie, zaczynając od nieskończoności, mamy v prawie zero, r duże, zatem $dv^2/dr < 0$, prędkość rośnie do środka. Dalej mogą się zdarzyć dwa "nieszczęścia"

- jeżeli gwiazda ma mały promień, to licznik w pewnym momencie osiągnie zero i prędkość spadania zacznie maleć, tak jakby materia "hamowała"
- gaz się tak tak rozpędzi, że niemal osiągnie prędkość dźwięku, ale wtedy prędkość zacznie rosnąć do nieskończoności.

Wygląda to niepokojąco i można się domyślić, że jedynym rozsądnym wyjściem dla spadającego gazu jest spełnienie warunku

Licznik = 0 wtedy gdy Mianownik = 0

i wtedy da się przejść przez punkt osobliwy, z ciągłą pochodną. Punkt przejścia r_s (właściwie jest to sfera!) przez prędkość dźwięku nazywamy promieniem Bondiego, a w punkcie tym mamy następujące warunki

$$v^2 = c_s^2 \qquad r_s = \frac{GM}{2c_s^2(r_s)}$$

Mamy zatem charakterystyczne zakresy w przepływie akrecyjnym

$r > r_s$ - $v < c_s$ akrecja poddźwiękowa

$r < r_s$ - $v > c_s$ akrecja naddźwiękowa

Oczywiście c_s jest funkcja gęstości, a zatem i promienia, ale w pierwszym przybliżeniu można ocenić promień Bondiego podstawiając

$$r_s \approx \frac{GM}{2c_s^2(\infty)} \qquad c_s^2(\infty) = \frac{kT_{out}}{\mu m_p}$$

albo równoważnie

$$\frac{r_s}{R_{Schw}} \approx 4 \frac{c^2}{c_s^2}(\infty) \qquad c - \text{predkosc swiatla}$$

Jeśli ośrodek międzygwiazdowy ma $T \sim 10^4$ K to $r_s \approx 10^8 R_{Schw}$, a jeśli gorętsza $T \sim 10^7$ K to odpowiednio $r_s \approx 10^5 R_{Schw}$, a zatem zawsze dla czarnej dziury obszar zbierania masy jest bardzo rozległy.

4. Bondi (1952) - stacjonarna akrecja sferyczna c.d.

Wartość promienia Bondiego nie jest czymś zaskakującym. Można na to popatrzeć następująco:

Energia termiczna cząstki ośrodka : kT_{out}

Energia grawitacyjna tej cząstki w polu gwiazdy centralnej: $\frac{GMm_p}{r}$

Warunek ucieczki $kT_p > \frac{GMm_p}{r}$ Warunek akrecji: $kT_p < \frac{GMm_p}{r}$

czyli przypadek graniczny to $r = \frac{GMm_p}{kT_{out}}$

i otrzymujemy ten sam wzór z dokładnością do czynnika liczbowego.

Teraz wyznaczmy dokładniej wartość promienia Bondiego i tempa akrecji Bondiego z uwzględnieniem właściwego czynnika liczbowego. Dyskutowane równanie ruchu można łatwo zcałkować, wychodząc od jego formy nieprzekształconej

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + \frac{GM}{r^2} = 0 \quad P = K \rho^\gamma \quad \text{skąd mamy} \quad \frac{v^2}{2} + \frac{K \gamma}{\gamma - 1} \rho^{\gamma-1} - \frac{GM}{r} = const$$

i podstawiając c_s^2 zamiast K otrzymujemy **równanie Bernoulliego** $\frac{v^2}{2} + \frac{c_s^2}{\gamma - 1} - \frac{GM}{r} = const$

Mamy też nadal związek $\rho(v)$ z równania ciągłości. Skorzystanie tego oraz z warunków brzegowych wyznacza nam teraz **stałą Bernoulliego**

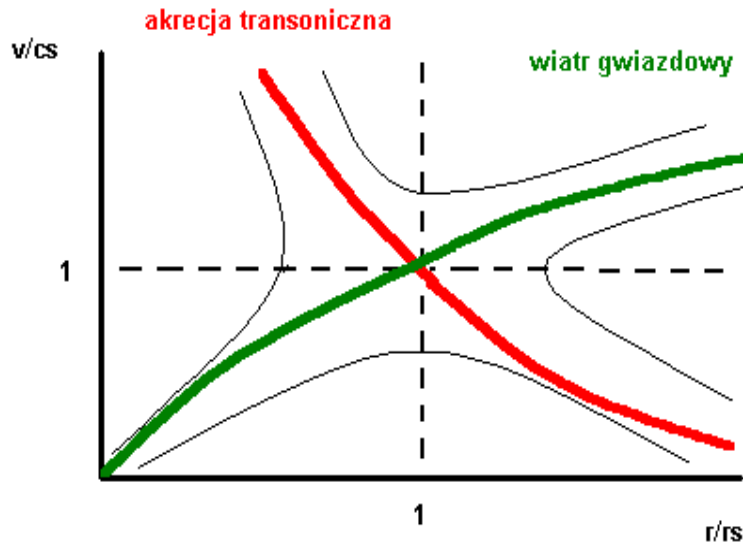
$$\frac{c_s^2(\infty)}{\gamma - 1} \quad \text{promień Bondiego} \quad r_s = \frac{GM(5 - 3\gamma)}{4c_s^2(\infty)}$$

tempo akrecji Bondiego $M = \pi G^2 M^2 \frac{\rho_{out}}{c_s^3(\infty)} \left(\frac{2}{5 - 3\gamma} \right)^{\frac{5 - 3\gamma}{2(\gamma - 1)}}$

Widać, że (i) mamy warunek $\gamma < 5/3$, (ii) zależność od M jest kwadratowa. Liczbowo, dla typowego ośrodka międzygwiazdowego oraz $\gamma = 1.4$ mamy $m \approx 1.1 \times 10^{-6} \frac{M}{M_s}$ mało ważne dla obiektów o masie gwiazdowej natomiast istotne dla supermasywnych czarnych dziur.

5. Topologia rozwiązań ogólnych

Z punktu widzenia matematycznego wybrane przez nas rozwiązanie nie jest jedynym rozwiązaniem tego układu równań. Ogólnie topologia rozwiązań przedstawia się następująco:



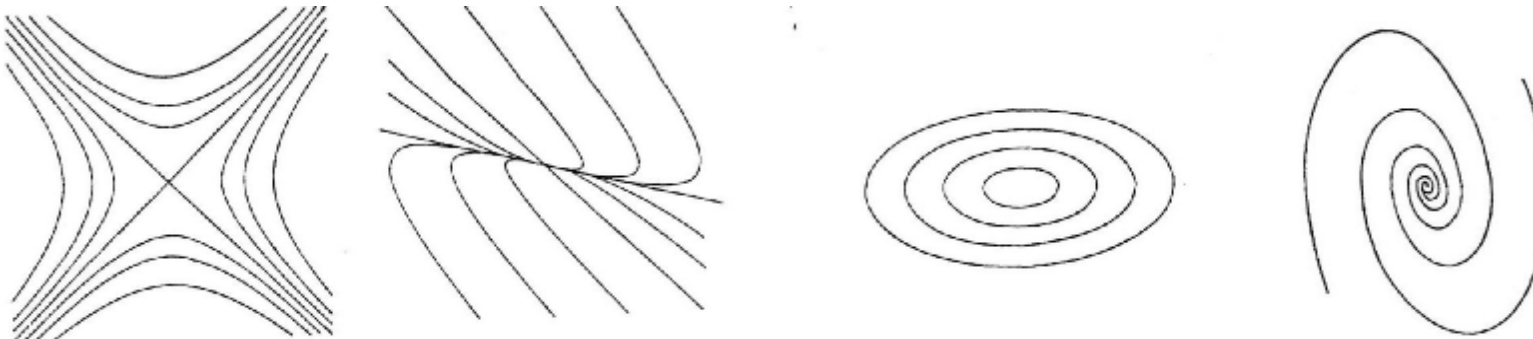
Są dwa rozwiązania odpowiadające gładkiemu przejściu przez prędkość dźwięku i zmianie przepływu z poddźwiękowego na naddźwiękowy. To właśnie akrecja (Bondi 1952) oraz wiatr (Parker 1958 - wiatr słoneczny).

W przypadku akrecji na czarną dziurę jest jasne, że jedynym fizycznie uzasadnionym rozwiązaniem jest akrecja transoniczna. Czarna dziura nie ma twardej powierzchni i materia nie ma gdzie "usiąść", a rozwiązania z dolnej gałęzi zbliżają się do równowagi hydrostatycznej. Natomiast może ono być odpowiednie dla gwiazdy.

Jeśli dyskutuje się bardziej ogólny przypadek niż opisana akrecja sferyczna, np. Akrecję z momentem pędu i działaniem sił lepkich, to właściwie mamy również do czynienia z rozwiązywaniem jednego osobliwego równania różniczkowego (pozostałe są regularne), które symbolicznie można zapisać jako

$$\frac{dV}{dr} = \frac{N}{D} \quad N - \text{nominator} \quad D - \text{denominator} \quad V = v/c_s \quad \text{liczba Macha}$$

W ogólnym przypadku zarówno licznik, jak i mianownik mogą zależeć od V i r , co prowadzi do różnych topologii.



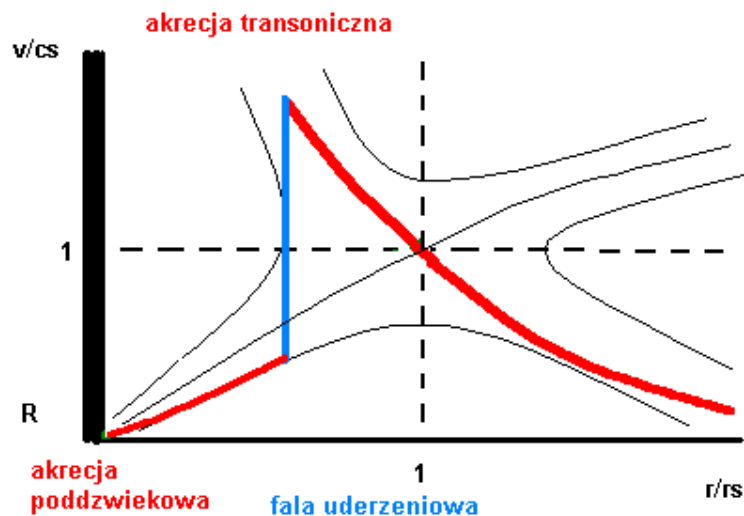
*siodło, węzeł,
ognisko, spirala*

6. Akrecja na gwiazdę - warunek brzegowy zerowej prędkości

Rozważając akrecję na powierzchnię gwiazdy, np. gwiazdy neutronowej białego karła czy gwiazdy ciągu głównego, musimy trochę zmodyfikować wewnętrzny warunek brzegowy. Tuż przy powierzchni gwiazdy prędkość musi spadać do zera. Jedną z możliwości to akrecja zawsze poddźwiękowa, jak krzywa dolna na poprzednim rysunku $v/c_s(r)$.

Jednak ciekawszym i częściej spotykanym przypadkiem jest inny wariant

akrecja poddźwiękowa → punkt dźwiękowy → akrecja naddźwiękowa → fala uderzeniowa → akrecja poddźwiękowa



Istnienie stacjonarnej fali uderzeniowej w sposób nieciągły pozwala przejść z jednej gałęzi rozwiązania na drugą. Ta nieciągłość nie jest zupełnie dowolna, ponieważ w przepływającym przez stacjonarną falę uderzeniową gazie nadal obowiązują pewne prawa zachowania:

- równanie ciągłości (zachowanie masy)
- zachowanie strumienia pędu
- zachowanie energii (jeśli fala uderzeniowa jest adiabatyczna)

Nieciągłej (w zerowym przybliżeniu) zmianie podlegają natomiast z osobna prędkość, gęstość oraz ciśnienie (i temperatura). Fala uderzeniowa w swojej istocie to zamiana energii kinetycznej uporządkowanego ruchu w

nieuporządkowany ruch termiczny. Ten termodynamiczny proces jest nieodwracalny w tym właśnie sensie, że opis działa dla przejścia **od akrecji naddźwiękowej do poddźwiękowej, a nie odwrotnie**.

Równanie ciągłości:

$$\rho v = \text{const}$$

przy przejściu przez front fali

Równanie Eulera można zapisać następująco:

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + F_g = 0$$

mnożymy je teraz przez ρ :

6. Akrecja na gwiazdę - warunek brzegowy zerowej prędkości cd.

$$\rho v \frac{dv}{dr} + \frac{dP}{dr} + \rho F_g = 0$$

i całkujemy teraz po szerokości fali uderzeniowej λ pamiętając o tym, że $\rho v = \text{const}$, a następnie przechodzimy z λ do zera, co powoduje zniknięcie ostatniego członu i otrzymujemy

$$P + \rho v^2 = \text{const}$$

Podobnie trzeba popracować nad równaniem energii i wtedy w przypadku jednoatomowego gazu doskonałego otrzymamy $\frac{1}{2}v_2^2 + \frac{5}{2}\frac{P_2}{\rho_2} = \text{const}$

Te trzy związki to warunki Rankine'a - Hugonota, określające zmianę ρ , v i P w fali uderzeniowej. Warunki po przejściu fali określa się podstawiając $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$ itp. Szczególnie prosto wyglądają te warunki w przybliżeniu silnej fali uderzeniowej. Jeżeli przed frontem przepływ był wyraźnie naddźwiękowy, to wtedy przed frontem można zaniedbać ciśnienie i równania mają wtedy postać:

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$$

$$\rho_1 v_1^2 = \rho_2 v_2^2 + P_2$$

$$\frac{1}{2}v_1^2 = \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{5}{2}\frac{P_2}{\rho_2}$$



Podstawiając dwa pierwsze równania do trzeciego i wprowadzając wielkość $x = v_1/v_2$ otrzymujemy równanie

$$\text{kwadratowe } \frac{1}{2}x^2 = \frac{5}{2}x - 2$$

o dwóch rozwiązaniach: $x =$

4 **silna fala uderzeniowa**
1 **nie ma fali uderzeniowej**

A zatem w silnej fali uderzeniowej są spełnione warunki

$$\frac{v_1}{v_2} = 4 \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 4$$

Miejsce (i.e. odległość od powierzchni gwiazdy), w którym tworzy się taka fala uderzeniowa zależy od warunków panujących przy powierzchni i w opadającej materii - z grubsza określa ją termiczna skala czasowa chłodzenia gazu w połączeniu z prędkością osiadania. **Wydajność akrecji na gwiazdę jest zawsze duża.**

7. Zastosowania praktyczne

(a) akrecja kolumnowa na białego karła lub gwiazdę neutronową

Formalnie jest to przepływ silnie niesferyczny, ale praktycznie stosują się do niego wszystkie wprowadzone efekty. Z akrecją tego typu mamy do czynienia, gdy gwiazda centralna obdarzona jest na tyle silnym polem magnetycznym ($B > 10^7$ G dla białego karła i $B > 10^{12}$ G dla gwiazdy neutronowej), że dysk akrecyjny nie może się utworzyć (lub dla słabszych pól istnieje w znacznej odległości od gwiazdy centralnej), a materia w pobliżu gwiazdy porusza się wzdłuż linii sił pola magnetycznego. Pole magnetyczne ma charakter dipolowy i zmusza materię do akrecji na bieguny gwiazdy.

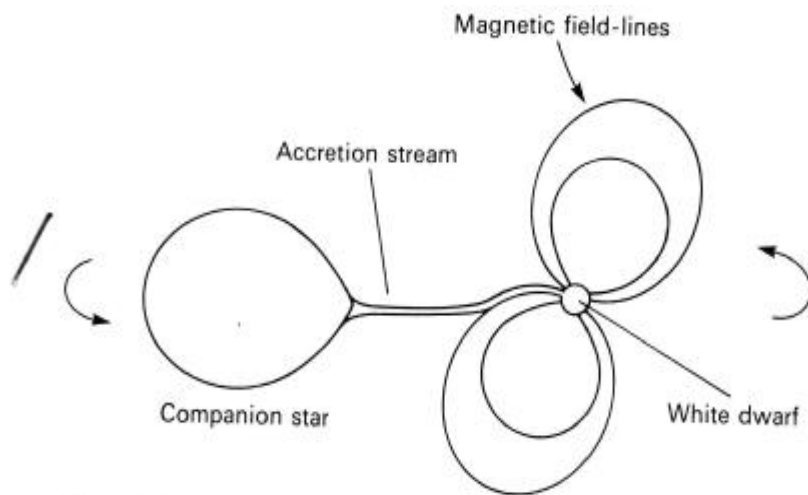


Figure 43. Schematic view of an AM Herculis system. The rotation of the strongly magnetic ($\geq 10^7$ G) white dwarf is locked to that of the binary ($P \lesssim 4$ h). No accretion disc forms, matter impinging directly on the magnetosphere and following field-lines down to the white dwarf surface.

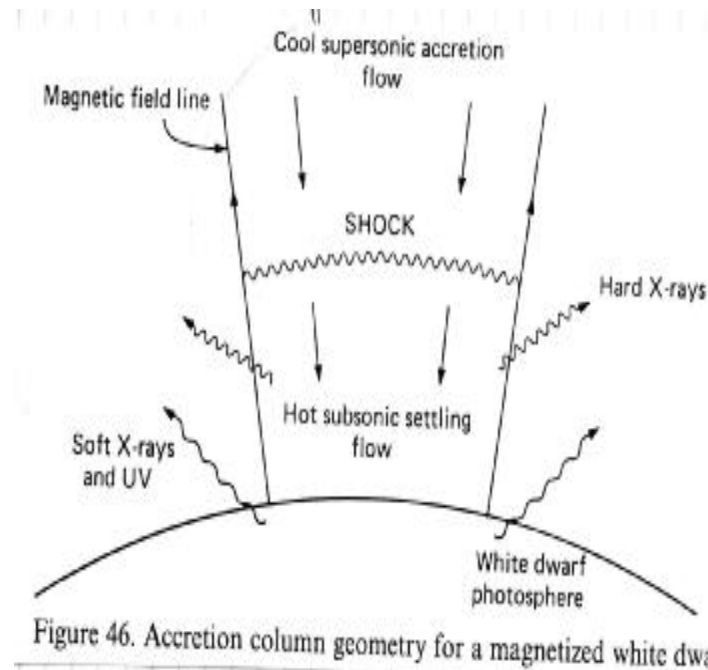


Figure 46. Accretion column geometry for a magnetized white dwarf.

W pobliżu powierzchni gwiazdy schematycznie można to przedstawić jak na prawym rysunku. Modele akrecji kolumnowej stosowane do opisu takich gwiazd są nieco bardziej zaawansowane, przede wszystkim przewidują emisję promieniowania z akrejującej plazmy, co pozwala na porównywanie przewidywań teoretycznych z obserwacjami. I tu modele napotykają problemy. Na przykład dokładna analiza obserwacji sugeruje, że kolumna akrecyjna nie ma struktury ciągłej, ale składa się z "rurek magnetycznych" pokrywających niewielką część powierzchni całej czapy polarnej. Podobnie jest w przypadku pulsarów rentgenowskich.

7. Zastosowania praktyczne cd.

(b) Problem jądra naszej Galaktyki - Drogi Mlecznej

Masa czarnej dziury w centrum naszej Galaktyki wynosi $2.6 \times 10^6 M_\odot$. Ostatnie obserwacje rentgenowskie przy pomocy satelity Chandra pozwoliły na określenia własności okalającego ją ośrodka. Czarna dziura wydaje się być zanurzona w bąblu gorącej plazmy o promieniu kilku pc i centrum nieco przesuniętym. Bąbel ten został wytworzony w czasie wybuchu supernowej, jaki nastąpił jakiś czas temu. Wykonano (Baganoff i in. 2001) pomiar emisji rentgenowskiej w odległości ok. 1.6 pc od centrum (aby móc zaniedbać emisję z akrecji) i ustalono, że gęstość ośrodka wynosi 26 cząstek/cm³, a temperatura 1.3 keV.

Stąd można policzyć tempo akrecji Bondiego, np. zakładając $\gamma = 1.4$ albo zaniedbując współczynniki. Wynik:

$$\dot{M} \approx 10^{-6} M_\odot / \text{rok} \quad (\text{wg. Baganoffa}).$$

Jasność rentgenowska centralnego źródła jest zasadniczo na poziomie 2×10^{33} erg/s, stąd policzona wydajność akrecji

$$\eta = \frac{L}{\dot{M} c^2} \approx 10^{-5}$$

Taka wydajność akrecji wydaje się niepokojąco niska; w przypadku gwiazd, a także średnio w przypadku kwazarów mieliśmy raczej 0.1. Typowo prace wyrażają więc głębokie zaniepokojenie, i postulują, że

- akrecja zachodzi okresowo, niestacjonarnie (intermittent)
- akrecji towarzyszy silny wypływ, w formie np. dżetu
- materia ma moment pędu, więc opis Bondiego się nie stosuje (ale to właściwie wiąże się z poprzednimi punktami)
- mamy systematyczny ruch gorącego gazu względem czarnej dziury, co obniża tempo akrecji (redukcja z czynnikiem v^{-3})

Tak naprawdę nie jest całkiem jasne, czy powinniśmy się martwić, czy nie. **Rozważany przez nas model akrecji Bondiego przecież na mocy założenia wogóle nie świecił!** (przybliżenie adiabatyczne to właśnie oznacza, czyli wtedy $\eta = 0$).

Oceny świecenia można dokonać "po fakcie", tzn. biorąc parametry przepływu z modelu adiabatycznego można założyć mechanizmy świecenia (np. optycznie cienki bremsstrahlung - promieniowanie hamowania/emisja synchrotronowa/komptonizacja). Jakoś tego jednak ostatnio chyba nikt nie sprawdzał.

7. Zastosowania praktyczne cd.

(c) M87

Podobny problem występuje także dla co najmniej kilku galaktyk eliptycznych, dla których istnieje ocena parametrów ośrodka otaczającego czarną dziurę. Wszystkie one są "underluminous" czyli ich jasność jest mniejsza, niż wynika z akrecji Bondiego przy założeniu efektywności 0.1.

Przykład - dane dla M87 - galaktyki eliptycznej w centrum gromady Virgo.

Masa czarnej dziury - $3 \times 10^9 M_s$ wyznaczona z ruchu keplerowskiego dysku gazowego (gaz o temperaturze ok. 10^4 K) znajdującego się w odległości 20 ps od jądra (obserwacje HST).

Obserwacje teleskopem Chandra (Di Matteo i in. 2002):

z pomiarów w pierścieniu 0.2 - 1 kps wyznaczono gęstość i temperaturę ośrodka:

$$n = 0.17 \text{ cząstki/cm}^3 \quad kT = 0.8 \text{ keV}$$

skąd można policzyć tempo akrecji Bondiego

$$\dot{M} \approx 10^{-1} M_s / \text{rok}$$

a znając jasność rentgenowską 7×10^{40} erg/s można policzyć wydajność akrecji

$$\eta = \frac{L}{M c^2} \approx 10^{-5}$$

i znowu jest taka mała..

